

# **СИСТЕМЫ И СРЕДСТВА ИНФОРМАТИКИ**

**Научный журнал Российской академии наук  
(издается под руководством Отделения нанотехнологий  
и информационных технологий РАН)**

Издается с 1989 года

Журнал выходит ежеквартально

**Учредитель:**

**Федеральный исследовательский центр  
«Информатика и управление» Российской академии наук**

## **РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ**

академик РАН И. А. Соколов — председатель Редакционного совета

академик РАН Г. И. Савин

академик РАН А. Л. Стемпковский

профессор Ш. Долев (S. Dolev, Beer-Sheva, Israel)

профессор Ю. Кабанов (Yu. Kabanov, Besancon, France)

профессор В. Ротарь (V. Rotar, San-Diego, USA)

профессор М. Финкельштейн (M. Finkelstein, Bloemfontein, South Africa)

профессор В. Хофкирхнер (W. Hofkirchner, Wien, Austria)

## **РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

академик РАН И. А. Соколов — главный редактор

проф., д.ф.-м.н. С. Я. Шоргин — заместитель главного редактора

д.т.н. В. Н. Захаров

д.ф.-м.н. В. И. Сеницын

проф., д.ф.-м.н. А. И. Зейфман

проф., д.т.н. И. Н. Сеницын

проф., д.т.н. В. Д. Ильин

проф., д.ф.-м.н. В. Г. Ушаков

проф., д.т.н. К. К. Колин

д.ф.-м.н. А. К. Горшенин — отв. секретарь

проф., д.ф.-м.н. В. Ю. Королев

к.ф.-м.н. С. А. Христочевский

д.ф.-м.н. Р. В. Разумчик

## **Редакция**

к.ф.-м.н. Е. Н. Арутюнов

С. Н. Стригина

© Федеральный исследовательский центр «Информатика  
и управление» Российской академии наук, 2026

Журнал включен в базу данных Russian Science Citation Index (RSCI),

интегрированную с Web of Science, и в «Белый список» научных журналов

Журнал входит в систему Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)

Журнал включен в базу данных CrossRef (систему DOI — Digital Object Identifier),

в базу данных Ulrich's periodicals directory

и в информационную систему «Общероссийский математический портал Math-Net.Ru»

Журнал реферируется в «Реферативном журнале» ВИНИТИ

и в системе Google Scholar

Журнал включен в сформированный Минобрнауки России Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук

<http://www.ipiran.ru/journal/collected>

# СИСТЕМЫ И СРЕДСТВА ИНФОРМАТИКИ

Том 36 № 1 Год 2026

## СОДЕРЖАНИЕ

Реализация самосинхронного регистра типа FIFO <b>Ю. Г. Дьяченко, Н. В. Морозов, Д. Ю. Степченков, Д. Ю. Дьяченко</b>	3
Вейвлет-нейросетевой синтез нелинейной многомерной байесовской оптимальной стохастической системы <b>И. Н. Сеницын, В. И. Сеницын, Э. Р. Корепанов, Т. Д. Конашенкова</b>	22
Адаптивные и робастные алгоритмы фильтрации для систем со случайными задержками наблюдений: основные концептуальные и алгоритмические аспекты <b>С. А. Босов, И. В. Урюпин</b>	45
Цифровой двойник как ядро предметно-ориентированной цифровой платформы управления электроснабжением <b>С. П. Ковалёв, О. В. Лукинова</b>	68
О скалярных ковариационно-сдвиговых смесях нормальных законов как стационарных распределениях многомерных стохастических разностных уравнений <b>В. Ю. Королев, Н. Р. Романюк</b>	81
Моделирование дискретных распределений в задачах генерации образовательного контента <b>А. В. Босов, А. В. Иванов</b>	91
Период занятости в системе вида $M/G/1$ с постоянной скоростью ухода заявок с орбиты <b>К. А. Жукова, Е. В. Морозов</b>	104
Исследование влияния архитектурных модификаций схем резервирования на надежность функции блокировки системы FDU ITER <b>В. Д. Артемьев, Г. М. Коновалов, П. Ю. Чайка</b>	122
Архитектура исследовательской инфраструктуры в области компьютерных наук <b>Н. А. Калинин, Н. А. Скворцов, С. А. Ступников</b>	140
<b>ИСТОРИЯ. ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ. СОБЫТИЯ</b>	
К 75-летию заслуженного деятеля науки Российской Федерации А. А. Зацаринного <b>И. А. Соколов, В. Н. Захаров, С. В. Козлов, В. И. Сеницын</b>	164
Об авторах	169
Правила подготовки рукописей статей	172
Requirements for manuscripts	176

## РЕАЛИЗАЦИЯ САМОСИНХРОННОГО РЕГИСТРА ТИПА FIFO\*

*Ю. Г. Дьяченко<sup>1</sup>, Н. В. Морозов<sup>2</sup>, Д. Ю. Степченко<sup>3</sup>, Д. Ю. Дьяченко<sup>4</sup>*

**Аннотация:** Статья посвящена вопросам разработки интерфейса взаимодействия самосинхронных (СС) схем с синхронным и самосинхронным окружением, в частности буферному регистру приема данных типа FIFO (First Input First Output) — FIFO-регистру. Запросно-ответная дисциплина взаимодействия СС-схем с окружением, отсутствие глобального тактового сигнала и независимость их поведения от реальных задержек логических элементов приводит к ненормированному времени обработки входных данных. Время появления готовности результата на выходе СС-схемы определяется условиями окружающей среды и самими данными. Для повышения производительности вычислительной системы, включающей как синхронные, так и СС-устройства, целесообразно использовать FIFO-регистр для обмена данными и результатами их обработки. FIFO-регистр позволяет замаскировать несоответствие периодичности поступления входных данных и времени их обработки в СС-схеме. Рассмотрены особенности построения СС-FIFO-регистров, предложены варианты их реализации и проанализированы их потребительские характеристики. Обосновано, что по совокупности потребительских характеристик оптимальным решением является СС-FIFO-регистр на основе гистерезисных триггеров: он обеспечивает максимальную производительность при незначительном росте аппаратных затрат, если емкость FIFO-регистра превышает четыре операнда.

**Ключевые слова:** самосинхронная схема; FIFO-регистр; аппаратные затраты; производительность; автоматизированное проектирование; логический синтез; конвертация

**DOI:** 10.14357/08696527260101

**EDN:** LTFPTQ

### 1 Введение

Проблемы синхронизации, с которыми столкнулись разработчики синхронных цифровых интегральных сверхбольших интегральных схем (СБИС) в последние годы, связаны с уменьшением проектных норм в микроэлектронике

---

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-19-00508, <https://rscf.ru/project/25-19-00508/>.

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, [diarga@mail.ru](mailto:diarga@mail.ru)

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, [nmorofov@ipiran.ru](mailto:nmorofov@ipiran.ru)

<sup>3</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, [Stepchenkov@mail.ru](mailto:Stepchenkov@mail.ru)

<sup>4</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, [diaden87@gmail.com](mailto:diaden87@gmail.com)

и необходимостью строгого согласования одновременности событий в отдаленных частях одной СБИС, обменивающихся данными. Камень преткновения — глобальная и разветвленная сеть синхронизации (тактового сигнала) и наличие множества тактовых генераторов в одной СБИС. В то же время в асинхронных схемах данные проблемы отсутствуют, поскольку в них глобальная синхронизация одним тактовым сигналом не используется. В связи с этим возрос интерес разработчиков цифровой аппаратуры к асинхронной парадигме проектирования цифровых устройств в целом и к СС-схемам [1, 2] как наиболее ярким представителям класса асинхронных устройств.

Самосинхронные схемы благодаря избыточному кодированию данных, двухфазной дисциплине функционирования и обязательному подтверждению успешного завершения переключения всех элементов схемы в текущую фазу обладают рядом преимуществ в сравнении с синхронными аналогами [3]. К ним относятся отсутствие «состязаний» между сигналами, устойчивая работа при любых условиях эксплуатации, иммунитет к технологическому разбросу параметров элементов, в несколько раз лучшая устойчивость к логическим сбоям [4] и др.

Несмотря на обширную библиографию, посвященную вопросам разработки асинхронных и самосинхронных схем (см., например, [5–10]) и появлению в технической литературе сведений о практических разработках на базе асинхронных схем (например, [11, 12]), проектирование СС-устройств остается довольно сложной задачей, требующей специфического подхода и строгого соблюдения принципов построения СС-схем. Для синтеза комбинационных СС-схем предложены методы формализации, позволяющие получить приемлемый результат на основе исходного Verilog-описания синхронного прототипа синтезируемой схемы [5, 6]. Последовательностные же цифровые СС-устройства целесообразно вставлять в синтезируемую СС-схему в виде готовых параметризованных модулей, специфицированных под конкретное применение [13, 14]. Такой подход обеспечивает получение корректной СС-схемы с памятью, обладающей минимальной аппаратной сложностью и максимальным быстродействием.

Регистр типа FIFO («первым вошел — первым вышел») — типичный представитель класса последовательностных устройств. Синхронные FIFO-регистры в основном используются в качестве кеша данных для решения проблемы несоответствия скоростей чтения и записи [15]. Асинхронные FIFO-регистры обеспечивают быструю и легкую передачу данных между системами с разными тактовыми доменами [16], работу реальных очередей и линий [17], реализацию эффективных многоцелевых методов искажения сигнала в области радиолокации [18], выполнение групповой рандомизации в криптографических алгоритмах [19], маршрутизацию системы «сеть на кристалле» [20] и помогают решать многие другие практические задачи цифровой обработки данных.

Исследования показывают, что асинхронные FIFO-регистры способны работать быстрее и потреблять меньше энергии, чем их синхронные аналоги [21]. Однако проблема записи в FIFO-регистр и чтения из него решается с помощью индексации текущего состояния его ячеек, формирования и использования сиг-

налов «пустой–полный» [22]. Этот метод приводит к появлению метастабильных состояний, поскольку не используются возможности индикации текущего состояния FIFO-регистра и действительное запросно-ответное взаимодействие, обеспечиваемые СС-дисциплиной. Для решения проблемы метастабильных состояний используется код Грея [23], двухпортовая оперативная память [24] и другие алгоритмические и схемотехнические способы.

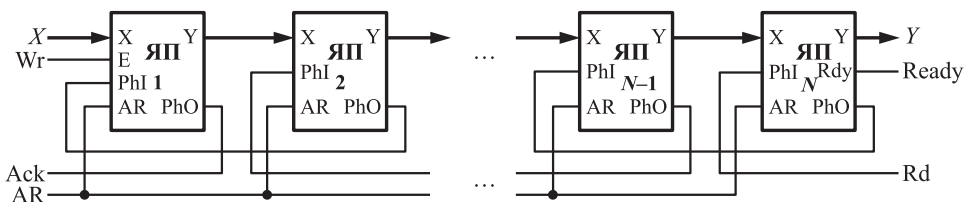
В связи с этим становится актуальной задача разработки типовых схемотехнических решений СС-FIFO-регистра, обеспечивающих согласование производительностей передатчиков и приемников обрабатываемой информации, свободных от метастабильных состояний и гарантирующих корректную работу при любых задержках логических элементов базиса проектирования. Данная статья посвящена сравнительному анализу вариантов реализации СС-FIFO-регистра в базе комплементарных металл–диэлектрик–полупроводник (КМДП) транзисторов для различных практических применений.

## 2 Структурная схема самосинхронного FIFO-регистра

Задачи FIFO-регистра — принимать и накапливать многоразрядные данные (операнды) для последующей выдачи их по требованию обрабатывающего их устройства. В синхронной схемотехнике FIFO-регистр реализуется на основе банка регистров сдвига (регистрового файла), базисом проектирования которых служат, как правило, традиционные D-триггеры [25]. Их характерная особенность — сдвиг хранимой информации на один разряд за один такт сигнала управления (синхронизации). В результате многоразрядный операнд, записываемый в FIFO-регистр, продвигается к выходу из FIFO-регистра постепенно, шаг за шагом, по тактам сигнала синхронизации. Использование механизма индексации «пустой–полный» и маркера очереди операндов в FIFO-регистре позволяет сделать операнд доступным для чтения сразу после записи. Однако он требует дополнительных аппаратных затрат и замедляет производительность FIFO-регистра.

Самосинхронный FIFO-регистр обладает определенной спецификой, отличающей его от синхронных аналогов. Наличие запросно-ответного взаимодействия между разрядами FIFO-регистра, основанного на обязательном контроле и подтверждении завершения переключения каждого разряда в текущую фазу, позволяет организовать микроконвейер, ускоряющий работу FIFO-регистра. Структурная схема СС-микроконвейера FIFO-регистра показана на рис. 1. Она включает несколько ступеней, в простейшем случае — ячеек памяти (ЯП). Запросно-ответное взаимодействие ступеней микроконвейера реализуется путем соединения фазового выхода ступени PhO с фазовым входом PhI предшествующей ступени. Оно обеспечивает бесконфликтное продвижение информационного бита, поступившего на вход  $X$ , до свободной ступени, ближайшей к выходной.

В общем случае типы информационного входа  $X$  и выхода  $Y$  могут быть произвольными. Они определяются окружением микроконвейера, формирующим



**Рис. 1** Структурная схема  $N$ -ступенчатого СС-микроконвейера:  $X$  — информационный вход конвейера;  $Wt$  — вход разрешения записи (приема) данных;  $AR$  — вход начального сброса;  $Rd$  — вход запроса чтения из последней ступени микроконвейера;  $Y$  — информационный выход;  $Ack$  — выход подтверждения приема данных микроконвейером;  $Ready$  — выход признака наличия данных в последней ступени микроконвейера

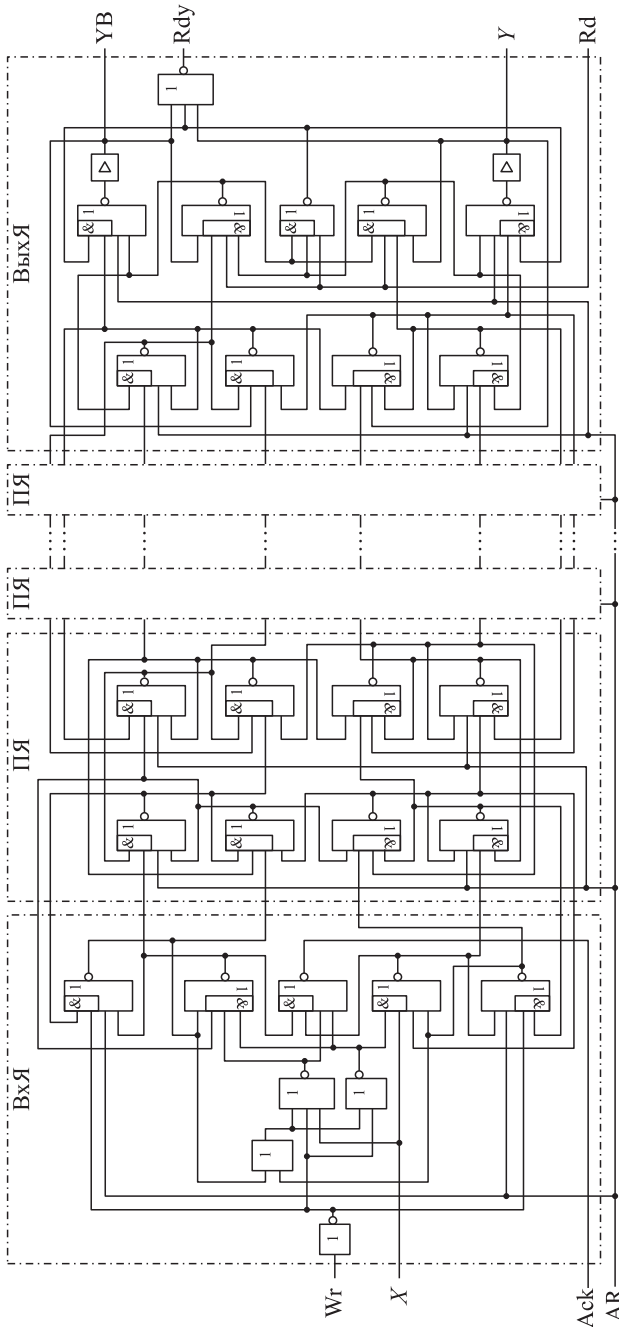
вход  $X$  и выход  $Y$ . Например, синхронное окружение задает  $X$  и принимает  $Y$  в унарном коде, а СС-окружение может использовать бифазное, парафазное со спейсером (ПФС) или унарное кодирование информационных сигналов  $X$  и  $Y$  [2]. Для ПФС входа  $X$  не нужен фазовый вход разрешения записи  $Wt$  во входной ступени микроконвейера. Бифазный и унарный входы нуждаются в сопровождающем их сигнале, показывающем их текущую фазу. Выход признака наличия данных  $Rdy$  в выходной ступени может объединяться с фазовым выходом  $PhO$ . Поэтому вход  $Wt$  и выход  $Ready$  в структурной схеме микроконвейера опциональные.

Комбинационные СС-схемы устройств цифровой обработки данных используют избыточное кодирование информации, как правило ПФС [2]. Поэтому взаимодействующие с ними FIFO-регистры должны эффективно принимать и выдавать результаты обработки данных в ПФС-коде. Рассмотрим типовые варианты реализации СС-FIFO-регистра.

### 3 Варианты одноразрядного самосинхронного FIFO-регистра

Чередование рабочей и спейсерной фаз при функционировании СС-FIFO-регистра приводит к тому, что в простейшем случае после заполнения FIFO-регистра каждая вторая его ячейка оказывается пустой — находится в спейсере. FIFO-регистры с такой организацией получили название «полуплотных» [2]. Пример полуплотного FIFO-регистра с унарным информационным входом, построенного на основе входной (ВхЯ), выходной (ВыхЯ) и промежуточных (ПЯ) ячеек, предложенных в [2], показан на рис. 2.

В статическом состоянии каждая ячейка FIFO-регистра на рис. 2, обведенная штрихпунктиром, хранит один бит информации. Входная и выходная ячейки СС-FIFO-регистра — обязательные. Они обеспечивают запросно-ответное взаимодействие с источником данных для FIFO-регистра и приемником данных из FIFO-регистра соответственно. Число промежуточных ячеек FIFO-регистра



**Рис. 2** Схема СС-FIFO-регистра с унарным входом:  $X$  — унарный информационный вход;  $Y$  и  $YB$  — информационный ПФС-выход;  $Wr$  — вход разрешения записи (вход фазового управления, сопровождающий информационный унарный вход  $X$  и отражающий своим значением его фазу);  $Rd$  — вход запроса на чтение;  $AR$  — вход асинхронного сброса;  $Ack$  — выход подтверждения успешного приема данных;  $Rdy$  — выход признака наличия данных в выходной ячейке FIFO-регистра

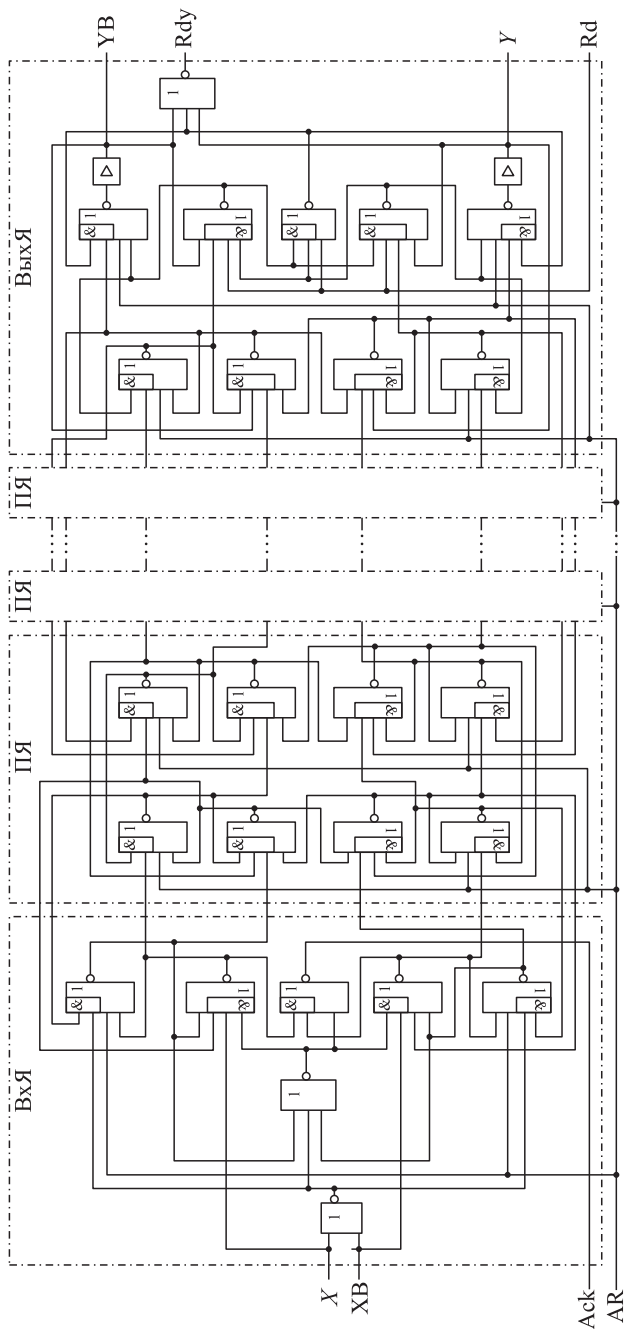


Рис. 3 Схема СС-FIFO-регистра на RS-триггерах с ПФС-входом

$N_{\text{ПЯ}}$  выбирается исходя из требуемой емкости (глубины) FIFO-регистра  $n$  по формуле  $N_{\text{ПЯ}} = n - 2$ .

Все ячейки в FIFO-регистре на рис. 2 построены на основе перекрестно связанных RS-триггеров (бистабильных ячеек). Реализованные перекрестные связи исключают необходимость индцирования промежуточных ячеек. Индикаторами СС-FIFO-регистра на рис. 2 служат сигналы Ack и Rdy. Сигнал Ack низким уровнем (Ack = 0) уведомляет источник входных данных об успешном завершении приема значения входа  $X$  при  $Wr = 1$ , а высоким уровнем (Ack = 1) — о готовности к приему новых данных при  $Wr = 0$ . Изменение значения сигнала на входе  $X$  допустимо только при Ack = 1. Входное окружение СС-FIFO-регистра должно обеспечивать переключение входа фазового управления  $Wr$  из неактивного (низкого) уровня в активный (высокий) только после установки на входе  $X$  нового значения. Сигнал Rdy низким уровнем подтверждает наличие данных в выходной ячейке FIFO-регистра и, соответственно, готовность FIFO-регистра к их передаче приемнику.

При использовании СС-FIFO-регистра с СС-окружением целесообразно заменить унарный информационный вход и сопровождающий его вход фазового управления информационным ПФС-входом. На рис. 3 показана схема СС-FIFO-регистра с ПФС-входом с нулевым спейсером, реализованная в базисе RS-триггеров. Она отличается от схемы на рис. 2 более простой реализацией входной ячейки FIFO-регистра. Роль входа фазового управления играет сам ПФС-вход, поскольку состояние двух его компонент однозначно свидетельствует о его текущей фазе.

Рисунок 4 демонстрирует поведение СС-FIFO-регистра, изображенного на рис. 3 и обеспечивающего буферизацию обмена данными между передатчиком

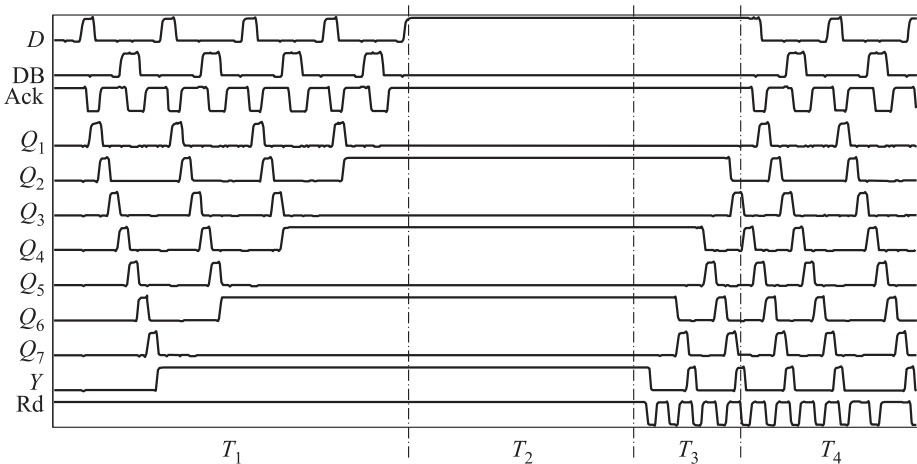
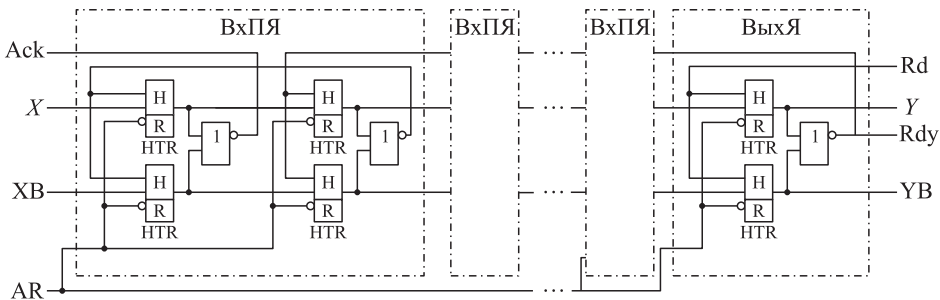


Рис. 4 Диаграмма работы СС-FIFO-регистра

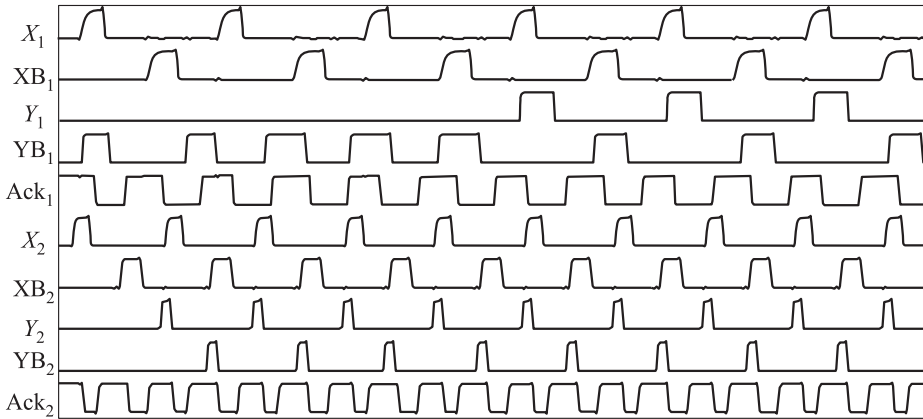
и приемником. Диаграмму работы СС-FIFO-регистра в общем случае можно разделить на периоды:

- $T_1$  — заполнение FIFO-регистра входными данными в отсутствие запроса от приемника. В начальном состоянии ПФС-вход ( $D, DB$ ) находится в спейсере ( $\bar{D} = \bar{DB} = 0$ ) и ячейки FIFO-регистра пусты ( $Q_1 = \dots = Q_7 = Y = 0$ ). Поступление данных на ПФС-вход (чередующихся нулей и единиц) инициирует заполнение FIFO-регистра. Запись каждого бита информации подтверждается сигналом  $Ask = 0$ . После заполнения всех ячеек FIFO-регистр останавливается, очередной бит информации (логическая единица) держится на входе ( $D, DB$ ) в ожидании подтверждения его записи в FIFO-регистр;
- $T_2$  — ожидание запроса на чтение данных от приемника;
- $T_3$  — начало чтения приемником данных из FIFO-регистра. Чтение из выходной ячейки FIFO-регистра инициирует передачу хранимых бит от входной к выходной ячейке FIFO-регистра. С освобождением входной ячейки FIFO-регистра вновь инициируется запись в нее со стороны передатчика;
- $T_4$  — установившийся режим обмена данными между передатчиком и приемником через FIFO-регистр, когда запись в FIFO-регистр и чтение из него выполняются одновременно.

На рис. 5 показана схема СС-FIFO-регистра на гистерезисных ( $\Gamma$ ) триггерах [2] емкостью  $n$  бит с информационным ПФС-входом ( $X, XB$ ) и выходом ( $Y, YB$ ). Гистерезисные триггеры обозначены символами «HTR». Входная и промежуточные ячейки FIFO-регистра (ВхПЯ) идентичны по составу и представляют собой двухкаскадную схему. Выходная ячейка (ВыхЯ) идентична половине ячейки ВхПЯ и отличается от нее дополнительным индикаторным выходом  $Rdy$ , отражающим готовность данных на выходе FIFO-регистра. Обозначения входов и выходов соответствуют сигналам схемы на рис. 3. Штрихпунктирным контуром выделены части схемы, хранящие 1 бит информации.



**Рис. 5** Схема СС-FIFO-регистра на  $\Gamma$ -триггерах с ПФС-входом



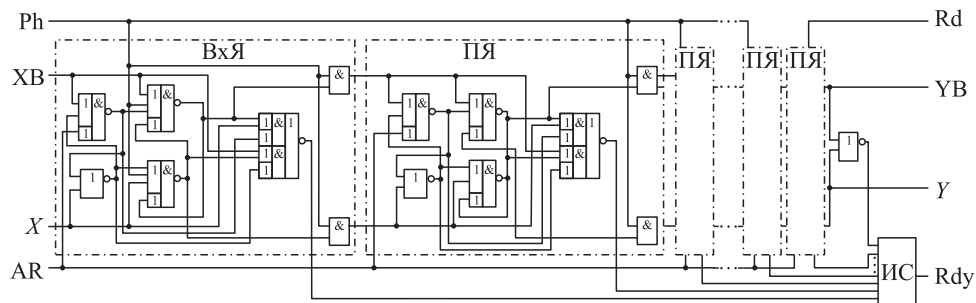
**Рис. 6** Сравнение быстродействия СС-FIFO-регистра на RS- и Г-триггерах

Самосинхронный FIFO-регистр, реализуемый на RS-триггерах (см. рис. 3) или Г-триггерах (см. рис. 5), управляется входными данными. Связь между ячейками FIFO-регистра осуществляется с помощью входных и промежуточных информационных сигналов, а также внутренних индикаторных сигналов. Благодаря этому одноразрядный СС-FIFO-регистр обладает высоким быстродействием. Темп передачи данных (число принятых и переданных бит информации в единицу времени) не зависит от емкости FIFO-регистра.

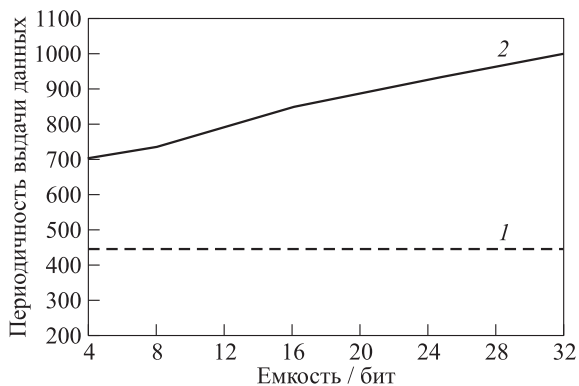
Результаты электрического моделирования вариантов схем СС-FIFO-регистра на рис. 3 и 5, реализованных в типовой 65-нанометровой КМДП-технологии, показаны на рис. 6. Сравнение быстродействия схем FIFO-регистров свидетельствует о преимуществе в 1,6 раза схемы на Г-триггерах. Следовательно, СС-FIFO-регистр на Г-триггерах обладает безусловно лучшими потребительскими характеристиками среди вариантов, показанных на рис. 2, 3 и 5.

Однако СС-FIFO-регистр может строиться также и на основе СС-регистра сдвига аналогично синхронным аналогам [26]. Пример такой реализации показан на рис. 7. Данный вариант FIFO-регистра в сравнении с вариантами на рис. 2, 3 и 5 вынужденно содержит дополнительную индикаторную подсхему. Она объединяет побитные индикаторные выходы в один общий сигнал Rdy, подтверждающий успешное переключение всех разрядов регистра в текущую фазу работы. Наличие дополнительной индикаторной подсхемы тормозит работу FIFO-регистра, поскольку в данном варианте именно выход индикаторной подсхемы играет роль сигнала, подтверждающего готовность FIFO-регистра к обмену данными с передатчиком и приемником.

Результаты электрического моделирования вариантов схемы FIFO-регистра, приведенных на рис. 5 и 7, показывают, что СС-FIFO-регистр на основе СС-регистра сдвига медленнее варианта на Г-триггерах, начиная с емкости



**Рис. 7** Схема СС-FIFO-регистра на основе СС-регистра сдвига с ПФС-выводами



**Рис. 8** Сравнение производительности СС-FIFO-регистра на основе Г-триггеров (1) и регистра сдвига (2)

в четыре хранимых бита. На рис. 8 приведена зависимость периодичности выдачи данных для обоих вариантов, реализованных в КМДП-технологии с проектными нормами 65 нм. Производительность СС-FIFO-регистра на Г-триггерах не зависит от его емкости, в то время как производительность FIFO-регистра на основе СС-регистра сдвига падает с увеличением его емкости. Данный факт объясняется ростом числа каскадов индикаторной подсхемы в схеме на рис. 7 при увеличении ее битности. Это вызывает пропорциональный рост задержки формирования индикаторного выхода Rdy, участвующего в запросно-ответном взаимодействии регистра и его входного и выходного окружения и непосредственно влияющего на быстродействие FIFO-регистра.

В результате производительность 16-битного СС-FIFO-регистра на базе СС-регистра сдвига оказывается в 1,8 раза ниже, чем у его аналога на Г-триггерах. С увеличением числа хранимых бит этот разрыв в быстродействии возрастает.

Аппаратные затраты СС-FIFO-регистров на рис. 2 и 3 составляют  $64n + 14$  и  $64n + 6$  КМДП-транзисторов соответственно. Сложность вариантов СС-FIFO-регистров на рис. 5 и 7 оценивается как  $64n - 32$  и  $54n + 8$  соответственно.

Таким образом, одноразрядный СС-FIFO-регистр на основе Г-триггеров не менее чем в 1,6 раза производительнее всех остальных рассмотренных вариантов реализации (обладает меньшей периодичностью выдачи данных). По аппаратным затратам он уступает лишь варианту на основе СС-регистра сдвига при числе хранимых бит  $n \geq 4$ .

#### 4 Построение многоразрядного самосинхронного FIFO-регистра

Многоразрядный СС-FIFO-регистр строится из одноразрядных путем добавления индикаторной подсхемы, объединяющей поразрядные сигналы  $Ack_i$  и  $Rdy_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , в общие фазовые сигналы соответствующего назначения. Рисунок 9 демонстрирует  $m$ -разрядный FIFO-регистр на основе одноразрядных СС-FIFO-регистров, приведенных на рис. 2, 3 и 5. Части ИС1 и ИС2 индикаторной подсхемы формируют суммарные сигналы АСК и READY, обеспечивающие СС-взаимодействие соответственно с передатчиком и приемником потока многоразрядных операндов. Структурная схема многоразрядного СС-FIFO-регистра на основе СС-регистра сдвига аналогична схеме на рис. 9, но без части ИС1 индикаторной подсхемы, поскольку для организации СС-взаимодействия с передатчиком и приемником потока операндов используется общий фазовый сигнал READY.

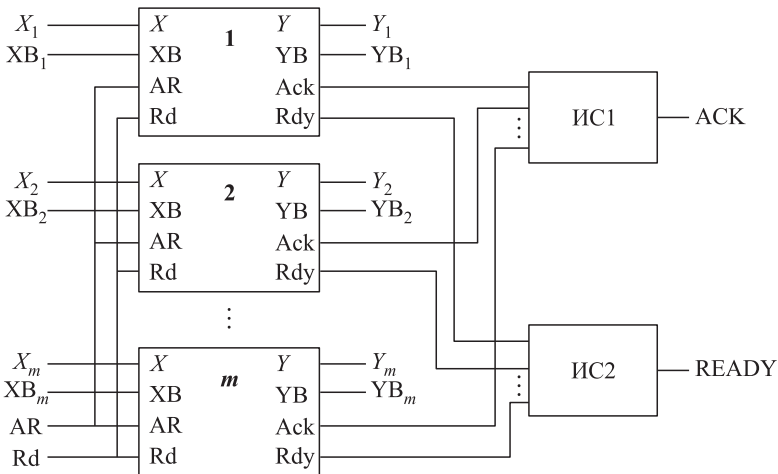
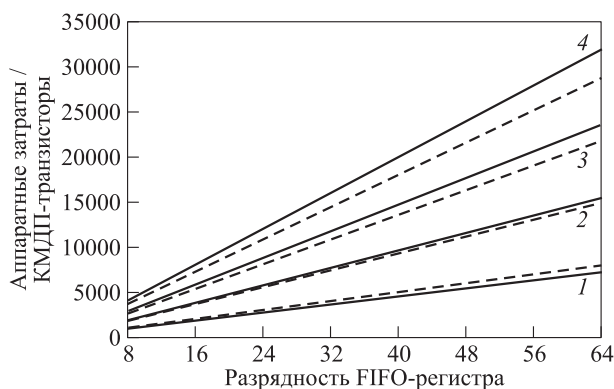


Рис. 9 Структурная схема  $m$ -разрядного СС-FIFO-регистра



**Рис. 10** Зависимость аппаратных затрат СС-FIFO-регистра (сплошные линии — для варианта на рис. 5; штриховые — для варианта на рис. 7) от разрядности операндов при разной емкости FIFO-регистра: 1 —  $n = 2$ ; 2 — 4; 3 — 6; 4 —  $n = 8$

Аппаратные сложности и задержки срабатывания у частей ИС1 и ИС2 индикаторной подсхемы идентичны, так как определяются разрядностью  $m$  операндов, хранимых FIFO-регистром. Аппаратная сложность ИС1 и ИС2 в КМДП-транзисторах оценивается как  $8m$ . Тогда суммарные аппаратные затраты на реализацию  $m$ -разрядных СС-FIFO-регистров, представленных на рис. 5 и 7, емкостью  $n$  бит можно оценить по формулам  $(64n - 16)m$  и  $(54n + 16)m$  соответственно. На рис. 10 изображено семейство графиков, отражающих зависимость аппаратных затрат в КМДП-транзисторах на реализацию указанных вариантов СС-FIFO-регистра от разрядности  $m$  хранимых операндов при разной емкости  $n$  FIFO-регистра.

Диаграмма на рис. 10 подтверждает сделанный ранее вывод о том, что при небольшой емкости (не более четырех операндов) СС-FIFO-регистр на Г-триггерах (см. рис. 5) предпочтительнее любого другого варианта реализации из рассмотренных в данной статье. При емкости выше четырех операндов он уступает варианту СС-FIFO-регистра на СС-регистре сдвига (см. рис. 7) по аппаратным затратам, причем с увеличением емкости относительная разница растет. Например, при  $m = 64$  разница в аппаратных затратах составляет 8% для емкости  $n = 6$  и 11% для  $n = 8$ .

Однако на современном уровне развития микроэлектроники минимальность аппаратных затрат уже не имеет решающего значения, поскольку с уменьшением топологических норм проектирования интегральных микросхем цена одного КМДП-транзистора быстро падает.

Следует отметить, что добавление индикаторной подсхемы в многоразрядном СС-FIFO-регистре увеличивает период выдачи хранимых операндов приемнику на аддитивную величину, равную суммарной задержке переключения индикатора.

торной подсхемы в обе фазы работы. Поскольку эта величина одинакова для всех вариантов реализации СС-FIFO-регистра и немонотонно растет с увеличением разрядности FIFO-регистра, преимущество по быстродействию варианта СС-FIFO-регистра на Г-триггерах в сравнении с остальными вариантами уменьшается, но не исчезает полностью.

Поэтому следует признать, что по совокупности потребительских характеристик наилучшим выбором служит СС-FIFO-регистр на основе Г-триггеров, обеспечивающий максимальную производительность при незначительном ухудшении аппаратных затрат, если емкость FIFO-регистра превышает четыре операнда.

## 5 Автоматизированный синтез самосинхронного FIFO-регистра

Самосинхронный FIFO-регистр имеет однородную структуру и ограниченный набор опций типа асинхронной или самосинхронной установки в спейсерное состояние. Поэтому при автоматизированном проектировании СС-схемы из Verilog-описания ее функционирования на поведенческом или архитектурном уровне на этапе логического синтеза целесообразно использовать готовые параметризованные шаблоны СС-FIFO-регистра, аналогичные шаблонам регистров и триггеров [13, 14]. Шаблоны обеспечивают надежное определение фрагмента Verilog-кода, описывающего FIFO-регистр, и замену его корректным структурным Verilog-описанием СС-FIFO-регистра в базе заданной библиотеки стандартных элементов на этапе конвертации Verilog-описания синхронного аналога синтезируемой СС-схемы в СС-описание со всеми необходимыми атрибутами.

Однако данная проблема выходит за рамки данной статьи и будет рассмотрена в последующих публикациях.

## 6 Заключение

Асинхронные FIFO-регистры обеспечивают быструю и легкую передачу данных между системами с разными тактовыми доменами и помогают решать многие другие практические задачи цифровой обработки данных. Они способны работать быстрее и потреблять меньше энергии, чем их синхронные аналоги. Самосинхронные FIFO-регистры, образующие подкласс асинхронных FIFO-регистров, гарантируют согласование производительностей передатчиков и приемников обрабатываемой информации при любых задержках логических элементов базиса проектирования.

Типовой СС-FIFO-регистр управляется парафазными входными данными, буферизуя обмен данными между СС-передатчиком и СС-приемником. При необходимости СС-FIFO-регистр может принимать операнды от синхронного передатчика в виде унарных сигналов, сопровождаемых сигналами подтверждения готовности данных на входе FIFO-регистра.

Наилучшими потребительскими характеристиками обладает СС-FIFO-регистр на основе Г-триггеров. Темп передачи данных (число переданных бит в единицу времени) одноразрядного FIFO-регистра на Г-триггерах как минимум в 1,8 раза превышает аналогичный показатель СС-FIFO-регистра на RS-триггерах, традиционного базиса реализации последовательностных СС-устройств. В многоразрядном варианте СС-FIFO-регистра это преимущество уменьшается из-за дополнительной индикаторной подсхемы, одинаковой во всех вариантах СС-FIFO-регистра, но не исчезает полностью.

Аппаратные затраты СС-FIFO-регистра на Г-триггерах емкостью более трех бит превышают сложность СС-FIFO-регистра на основе СС-регистра сдвига (до 11% при емкости 8 бит). Однако на современном уровне развития микроэлектроники минимальность аппаратных затрат не имеет решающего значения.

При автоматизированном проектировании СС-схемы из Verilog-описания ее функционирования на поведенческом или архитектурном уровне на этапе логического синтеза целесообразно использовать готовые параметризованные шаблоны СС-FIFO-регистра. Они обеспечивают надежное выделение фрагмента Verilog-кода, описывающего FIFO-регистр, и замену его корректным структурным Verilog-описанием СС-FIFO-регистра в базе заданной библиотеки стандартных элементов на этапе конвертации Verilog-описания синтезируемой СС-схемы в структурное СС-описание со всеми необходимыми атрибутами.

## Литература

1. *Muller D., Bartky W.* A theory of asynchronous circuits // Symposium (International) on the Theory of Switching Proceedings. — Cambridge, MA, USA: Harvard University Press, 1959. Vol. 29. P. 204–243.
2. *Варшавский В. И., Кишиневский М. А., Мараховский В. Б. и др.* Автоматное управление асинхронными процессами в ЭВМ и дискретных системах / Под ред. В. И. Варшавского. — М.: Наука, 1986. 400 с. doi: 10.13140/RG.2.1.2230.6644.
3. *Захаров В. Н., Степченков Ю. А., Дьяченко Ю. Г., Морозов Н. В., Плеханов Л. П., Степченков Д. Ю.* Свойства и оптимизация самосинхронных схем // Системы и средства информатики, 2025. Т. 35. № 1. С. 149–169. doi: 10.14357/08696527250108. EDN: QPTSAO.
4. *Соколов И. А., Степченков Ю. А., Дьяченко Ю. Г., Рождественский Ю. В.* Оценка надежности синхронного и самосинхронного конвейеров // Информатика и её применения, 2022. Т. 16. Вып. 4. С. 2–7. doi: 10.14357/19922264220401. EDN: GWXJHM.
5. *Kishinevsky M., Kondratyev A., Taubin A., Varshavsky V.* Concurrent hardware: The theory and practice of self-timed design. — New York, NY, USA: J. Wiley & Sons, 1994. 368 p.
6. *Fant K. M.* Logically determined design: Clockless system design with NULL convention logic. — Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2005. 292 p. doi: 10.1002/0471702897.
7. *Плеханов Л. П.* Основы самосинхронных электронных схем. — М.: Бином; Лаборатория знаний, 2013. 208 с. EDN: SUMKIV.

8. *Sparsø J.* Introduction to asynchronous circuit design. — Copenhagen, Denmark: DTU Compute, Technical University of Denmark, 2020. 255 p. <https://backend.orbit.dtu.dk/ws/files/424861944/JSPA-async-book-2020-PDF.pdf>.
9. *Kushnerov A., Medina M., Yakovlev A.* Towards hazard-free multiplexer based implementation of self-timed circuits // 27th Symposium (International) on Asynchronous Circuits and Systems Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2021. P. 17–24. doi: 10.1109/ASYNC48570.2021.00011.
10. *Florentino M., Thibeault C., Savaria Y.* Introducing KeyRing self-timed microarchitecture and timing-driven design flow // IET Comput. Digit. Tec., 2021. Vol. 15. P. 409–426. doi: 10.1049/cdt2.12032.
11. *Lines A., Joshi P., Liu R., McCoy S., Tse J., Weng Y.-H., Davies M.* Loihi asynchronous neuromorphic research chip // 24th Symposium (International) on Asynchronous Circuits and Systems Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2018. P. 32–33. doi: 10.1109/ASYNC.2018.00018.
12. *Xu C., Raghavan G., Melton B. W., et al.* Self-timed processors implemented with multi-rail null convention logic and unate gates. U.S. Patent No. 10951212, 2021. 13 p.
13. *Дьяченко Ю. Г., Плеханов Л. П., Морозов Н. В., Степченков Д. Ю., Орлов Г. А., Дьяченко Д. Ю.* Реализация функциональности синхронных триггеров в самосинхронном базисе // Системы и средства информатики, 2025. Т. 35. № 3. С. 3–16. doi: 10.14357/08696527250301. EDN: SYFOCX.
14. *Плеханов Л. П., Дьяченко Ю. Г., Хилько Д. В., Орлов Г. А.* Оптимизация синтеза последовательностных самосинхронных схем по синхронному описанию // Системы и средства информатики, 2025. Т. 35. № 4. С. 4–19. doi: 10.14357/08696527250401. EDN: THWOVK.
15. *Jenila C., Sai U. V., Reddy D. M. K., Akhil M. V. S., Prasad S. U., Chari S. M.* Efficient synchronous FIFO design: A structured approach using ASIC methodology // 7th Conference (International) on Inventive Material Science and Applications Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2025. P. 93–100. doi: 10.1109/ICIMA64861.2025.11073879.
16. *Xie E., Zhou J.* Analysis and comparison of asynchronous FIFO and synchronous FIFO // 2nd Conference (International) on Electrical Engineering, Big Data and Algorithms Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2023. P. 260–264. doi: 10.1109/EEBDA56825.2023.10090586.
17. *Shrivastava S., Kaur A.* Implementation and analysis on FIFO using FPGA // 2nd Conference (International) on Sustainable Computing and Smart Systems Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2024. P. 86–90. doi: 10.1109/ICSCSS60660.2024.10624886.
18. *Pillai M., Raut S., Sarkar P., Beohar A., Khare K.* Design and analysis of QDR-SRAM using FIFO for multiple false targets // 3rd Conference (International) on Electrical Power and Energy Systems Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2024. Art. 10653479. 3 p. doi: 10.1109/ICEPES60647.2024.10653479.
19. *Tian J., Cui Y., Ni Z., et al.* Ultra-compact and side-channel resistant design of FIFO-based NTT core for PQCs // Symposium (International) on Circuits and Systems Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2025. Art. 11043820. 5 p. doi: 10.1109/ISCAS56072.2025.11043820.

20. *Menaka M., Aishwarya K., Dinesh Kumar T.R., Sumai Kumaran G., Sam Wilford M., Varun Raja M.* Asynchronous circular buffers based on FIFO for network on chips // Conference (International) on Circuit Power and Computing Technologies Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2023. P. 1356–1361. doi: 10.1109/ICCPCT58313.2023.10245047.
21. *Porel S.K., Nag S., Chandra A., Mondal H.K.* Power, performance and area optimization of asynchronous FIFO // Symposium (International) on Smart Electronic Systems Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2024. P. 3680–371. doi: 10.1109/iSES63344.2024.00083.
22. *Patel V., Mer V., Patoliya J., Soni B.* Design & implementation of Novel Asynchronous FIFO // Symposium (International) on Smart Electronic Systems Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2023. P. 292–295. doi: 10.1109/iSES58672.2023.00066.
23. *Hao Z., Liu L., Tian B.* The principle and applications of asynchronous FIFO // 2nd Conference (International) on Electrical Engineering, Big Data and Algorithms Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2023. P. 277–279. doi: 10.1109/EEBDA56825.2023.10090696.
24. *Shukla A., Singh J., Chauhan R.K.* 128-bit asynchronous gray Code FIFO using Verilog HDL // Conference (International) on IoT, Communication and Automation Technology Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2024. P. 1660–1664. doi: 10.1109/ICICAT62666.2024.10923331.
25. *Dharahas M. V. S., Surya Vineeth K. V.* Design of four bit shift register by using D Flip Flop in 16 nm predictive technology model. Preprint, 2025. 12 p. doi: 10.21203/rs.3.rs-8060953/v1.
26. *Степченко Ю. А., Дьяченко Ю. Г., Рождественский Ю. В., Морозов Н. В., Степченко Д. Ю., Дьяченко Д. Ю.* Варианты самосинхронных регистров сдвига // Системы и средства информатики, 2022. Т. 32. № 3. С. 81–91. doi: 10.14357/08696527220308. EDN: MCKFDI.

*Поступила в редакцию 29.01.2026*

*Принята к публикации 15.03.2026*

---

---

## SELF-TIMED FIFO IMPLEMENTATION

*Yu. G. Diachenko, N. V. Morozov, D. Yu. Stepchenkov, and D. Yu. Diachenko*

Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

**Abstract:** The article focuses on the interface development for self-timed (ST) circuits interacting with both synchronous and ST environments, specifically on a FIFO (First Input First Output) data reception buffer register. The request-acknowledge nature of ST circuits interacting with their environment, the absence of a global clock signal, and their independence from the actual delays of logic cells leads to unspecified input data processing times. The environmental

conditions and the data itself determine the time it takes for appearing valid result at the ST circuit's output. To improve the performance of a computing system incorporating both synchronous and ST circuits, it is advisable to use a FIFO for exchanging data and the results of their processing. A FIFO allows one to mask the discrepancy between the frequency of input data receipt and the time it takes to process it in a ST circuit. The article examines the design features of ST FIFO, proposes cases for their implementation, analyzes their consumer characteristics, and substantiates the conclusion that, based on the totality of consumer characteristics, the best choice is ST FIFO on hysteretic latches, which provides maximum performance with a slight deterioration in hardware complexity if the FIFO capacity exceeds four operands.

**Keywords:** self-timed circuit; FIFO; hardware costs; performance; computer-aided design; logic synthesis; conversion

**DOI:** 10.14357/08696527260101

**EDN:** LTFPTQ

## Acknowledgments

The research was funded by the Russian Science Foundation grant No. 25-19-00508, <https://rscf.ru/en/project/25-19-00508/>.

## References

1. Muller, D. E., and W. C. Bartky. 1959. A theory of asynchronous circuits. *Symposium (International) on the Theory of Switching Proceedings*. Cambridge, MA: Harvard University Press. 1:204–243.
2. Varshavsky, V. I., M. A. Kishinevsky, V. B. Marakhovsky, et al. 1990. *Self-timed control of concurrent processes. The design of aperiodic logical circuits in computers and discrete systems*. Ed. V. I. Varshavsky. Dordrecht: Kluwer Academic Publs. 408 p. doi:10.13140/RG.2.1.2230.6644.
3. Zakharov, V. N., Yu. A. Stepchenkov, Yu. G. Diachenko, N. V. Morozov, L. P. Plekhanov, and D. Yu. Stepchenkov. 2025. Svoystva i optimizatsiya samosinkhronnykh skhem [Properties and optimization of self-timed circuits]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 35(1):149–169. doi: 10.14357/08696527250108. EDN: QPTSAO.
4. Sokolov, I. A., Yu. A. Stepchenkov, Yu. G. Diachenko, and Yu. V. Rogdestvenski. 2022. Otsenka nadezhnosti sinkhronnogo i samosinkhronnogo konveyerov [Synchronous and self-timed pipeline's reliability estimation]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 16(4):2–7. doi: 10.14357/19922264220401. EDN: GWXJHM.
5. Kishinevsky, M., A. Kondratyev, A. Taubin, and V. Varshavsky. 1994. *Concurrent hardware: The theory and practice of self-timed design*. New York, NY: John Wiley & Sons. 368 p.
6. Fant, K. M. 2005. *Logically determined design: Clockless system design with NULL convention logic*. New York, NY: John Wiley. 292 p. doi: 10.1002/0471702897.
7. Plekhanov, L. P. 2013. *Osnovy samosinkhronnykh elektronnykh skhem* [Basics of self-timed electronic circuits]. Moscow: BINOM; Laboratoriya znaniy. 208 p. EDN: SUMKIV.

8. Sparsø, J. 2020. *Introduction to asynchronous circuit design*. Copenhagen, Denmark: DTU Compute, Technical University of Denmark. 255 p. Available at: <https://backend.orbit.dtu.dk/ws/files/424861944/JSPA-async-book-2020-PDF.pdf> (accessed March 16, 2026).
9. Kushnerov, A., M. Medina, and A. Yakovlev. 2021. Towards hazard-free multiplexer based implementation of self-timed circuits. *27th Symposium (International) on Asynchronous Circuits and Systems Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 17–24. doi: 10.1109/ASYNC48570.2021.00011.
10. Fiorentino, M., C. Thibeault, and Y. Savaria. 2021. Introducing KeyRing self-timed microarchitecture and timing-driven design flow. *IET Comput. Digit. Tec.* 15(6):409–426. doi: 10.1049/cdt2.12032.
11. Lines, A., P. Joshi, R. Liu, S. McCoy, J. Tse, Y.-H. Weng, and M. Davies. 2018. Loihi asynchronous neuromorphic research chip. *24th IEEE Symposium (International) on Asynchronous Circuits and Systems Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 32–33. doi: 10.1109/ASYNC.2018.00018.
12. Xu, C., G. Raghavan, B. W. Melton, *et al.* 2021. Self-timed processors implemented with multi-rail null convention logic and unate gates. U. S. Patent No. 10951212. 13 p.
13. Diachenko, Yu. G., L. P. Plekhanov, N. V. Morozov, D. Yu. Stepchenkov, G. A. Orlov, and D. Yu. Diachenko. 2025. Realizatsiya funktsional'nosti sinkhronnykh triggerov v samosinkhronnom baze [Implementation of synchronous flip-flop and latch functionality in a self-timed basis]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 35(3):3–16. doi: 10.14357/08696527250301. EDN: SYFOCX.
14. Plekhanov, L. P., Yu. G. Diachenko, D. V. Khilko, and G. A. Orlov. 2025. Optimizatsiya sinteza posledovatel'nostnykh samosinkhronnykh skhem po sinkhronnomu opisaniju [Template method in synthesis of self-timed digital circuits]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 35(4):4–19. doi: 10.14357/08696527250401. EDN: THWVOK.
15. Jenila, C., U. V. Sai, D. M. K. Reddy, M. V. S. Akhil, S. U. Prasad, and S. M. Chari. 2025. Efficient synchronous FIFO design: A structured approach using ASIC methodology. *7th Conference (International) on Inventive Material Science and Applications Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 93–100. doi: 10.1109/ICIMA64861.2025.11073879.
16. Xie, E., and J. Zhou. 2023. Analysis and comparison of asynchronous FIFO and synchronous FIFO. *2nd Conference (International) on Electrical Engineering, Big Data and Algorithms Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 260–264. doi: 10.1109/EEBDA56825.2023.10090586.
17. Shrivastava, S., and A. Kaur. 2024. Implementation and analysis on FIFO using FPGA. *2nd Conference (International) on Sustainable Computing and Smart Systems Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 86–90. doi: 10.1109/ICSCSS60660.2024.10624886.
18. Pillai, M., S. Raut, P. Sarkar, A. Beohar, and K. Khare. 2024. Design and analysis of QDR- SRAM using FIFO for multiple false targets. *3rd Conference (International) on Electrical Power and Energy Systems Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. Art. 10653479. 3 p. doi: 10.1109/ICEPES60647.2024.10653479.
19. Tian, J., Y. Cui, Z. Ni, *et al.* 2025. Ultra-compact and side-channel resistant design of FIFO- based NTT core for PQCs. *Symposium (International) on Circuits and Systems Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. Art. 11043820. 5 p. doi: 10.1109/ISCAS56072.2025.11043820.

20. Menaka, M., K. Aishwarya, T. R. Dinesh Kumar, G. Sunai Kumaran, M. Sam Wilfard, and M. Varun Raja. 2023. Asynchronous circular buffers based on FIFO for network on chips. *Conference (International) on Circuit Power and Computing Technologies Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 1356–1361. doi: 10.1109/ICCPCT58313.2023.10245047.
21. Porel, S. K., S. Nag, A. Chandra, and H. K. Mondal. 2024. Power, performance and area optimization of asynchronous FIFO. *Symposium (International) on Smart Electronic Systems Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 368–371. doi: 10.1109/iSES63344.2024.00083.
22. Patel, V., V. Mer, J. Patoliya, and B. Soni. 2023. Design & implementation of novel asynchronous FIFO. *Symposium (International) on Smart Electronic Systems Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 292–295. doi: 10.1109/iSES58672.2023.00066.
23. Hao, Z., L. Liu, and B. Tian. 2023. The principle and applications of asynchronous FIFO. *2nd Conference (International) on Electrical Engineering, Big Data and Algorithms Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 277–279. doi: 10.1109/EEBDA56825.2023.10090696.
24. Shukla, A., J. Singh, and R. K. Chauhan. 2024. 128-bit asynchronous gray code FIFO using Verilog HDL. *Conference (International) on IoT, Communication and Automation Technology Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 1660–1664. doi: 10.1109/ICICAT62666.2024.10923331.
25. Sai Dharahas, M. V. S., and K. V. Surya Vineeth. 2025. Design of four bit shift register by using D Flip Flop in 16 nm predictive technology model. Preprint. 12 p. doi: 10.21203/rs.3.rs-8060953/v1.
26. Stepchenkov, Yu. A., Yu. G. Diachenko, Yu. V. Rogdestvenski, N. V. Morozov, D. Yu. Stepchenkov, and D. Yu. Diachenko. 2022. Varianty samosinkhronnykh registrov sdviga [Self-timed shift register cases]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 32(3):81–91. doi: 10.14357/08696527220308. EDN: MCKFDI.

*Received January 29, 2026*

*Accepted March 15, 2026*

## Contributors

**Diachenko Yuri G.** (b. 1958) — Candidate of Science (PhD) in technology, senior scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; diaura@mail.ru

**Morozov Nikolai V.** (b. 1956) — senior scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; NMorozov@ipiran.ru

**Stepchenkov Dmitri Yu.** (b. 1973) — senior scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; stepchenkov@mail.ru

**Diachenko Denis Yu.** (b. 1987) — engineer-researcher, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; diaden87@gmail.com

## ВЕЙВЛЕТ-НЕЙРОСЕТЕВОЙ СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОЙ МНОГОМЕРНОЙ БАЙЕСОВСКОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ\*

*И. Н. Сеницын<sup>1</sup>, В. И. Сеницын<sup>2</sup>, Э. Р. Корепанов<sup>3</sup>, Т. Д. Конашенкова<sup>4</sup>*

**Аннотация:** Разработан новый метод и алгоритм синтеза оптимальной по байесовскому критерию (БК) нелинейной нестационарной многомерной стохастической системы (СтС) с применением нейросетевых технологий и теории вейвлет-канонических разложений (ВЛКР) стохастических процессов (СтП). Стохастическая система описывается нелинейными уравнениями В. С. Пугачёва для входного и выходного СтП системы. На вход системы подается многомерный входной сигнал в виде суммы полезного сигнала и аддитивной гауссовской помехи, независимой от случайных параметров полезного сигнала. На выходе системы требуется получить известное преобразование полезного сигнала. Гауссовская случайная помеха не зависит от вектора случайных параметров полезного сигнала. Распределение вектора случайных параметров задано. Предложена модель БК-оптимальной оценки выходного СтП в виде линейной комбинации входных случайных величин (СВ) с коэффициентами, заданными детерминированными векторными координатными функциями. Координатные функции представляются в виде вейвлет-разложений (ВЛР) по заданному базису вейвлетов с компактными носителями. Для нахождения неизвестных коэффициентов ВЛР координатных функций разработана архитектура многослойной вейвлет-нейронной сети (ВНС). Обучение ВНС с учителем осуществляется методом обратного распространения ошибки. Для оценки точности БК-оптимальной оценки выходного СтП получены формулы для математического ожидания, второго начального момента и дисперсии ошибки. Приведенные вычислительные эксперименты для кубических двумерных систем подтверждают возможную высокую точность синтеза.

**Ключевые слова:** байесовский критерий; вейвлет; вейвлет-нейронная сеть; каноническое разложение; моделирование; оптимальная оценка; стохастический процесс; стохастическая система; функция потерь

**DOI:** 10.14357/08696527260102

**EDN:** GZQRDK

---

\* Работа выполнена с использованием инфраструктуры Центра коллективного пользования «Высокопроизводительные вычисления и большие данные» (ЦКП «Информатика») ФИЦ ИУ РАН (г. Москва).

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, sinitsin@dol.ru

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, vsinitsin@frccsc.ru

<sup>3</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, ekorepanov@frccsc.ru

<sup>4</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, tkonashenkova64@mail.ru

## 1 Введение

Настоящая работа служит продолжением исследований в области синтеза оптимальных СтС на основе теории канонических разложений (КР) СтП [1–5]. Актуальность исследований вызвана как теоретическим интересом, так и практическим значением, что подтверждается большим числом научных работ, в которых при решении задачи синтеза оптимальной по выбранному критерию СтС применяют последние достижения различных разделов информатики, в том числе нейросетевые подходы [6–13].

Авторы разрабатывают методы синтеза оптимальной по БК СтС, поведение которой описывается уравнениями В. С. Пугачёва для входного и выходного СтП. Для моделирования СтП, заданного на конечном промежутке времени, авторы применяют ВЛКР СтП, позволяющие свести моделирование СтП к моделированию СВ. Вейвлет-канонические разложения СтП строятся на основе выбранного ортонормированного базиса вейвлетов с компактными носителями [6]. Разработаны два метода построения ВЛКР СтП: на основе рекуррентных формул [2] и на основе ВНС [14, 15]. Для ВЛКР СтП, построенных с использованием нейросетевых технологий [16–18], введено обозначение КРВНС. В [2] метод ВЛКР был применен для решения задачи синтеза БК-оптимальной линейной СтС, получены формулы для оценки требуемого выходного СтП. В [3, 4] рассмотрена задача синтеза БК-оптимальной нелинейной СтС, получена формула для условной плотности вероятности выходного СтП относительно наблюдаемого входного СтП. В результате задача была сведена к нахождению минимума интегрального функционала.

В статье дано решение многомерной задачи синтеза БК-оптимальной СтС, описываемой нелинейными уравнениями В. С. Пугачёва. В разд. 2 представлена постановка задачи. На вход системы подается многомерный входной СтП в виде суммы полезного сигнала и аддитивной гауссовской помехи. Полезный сигнал представляет собой нелинейную функцию времени и случайных параметров. Случайная помеха не зависит от случайных параметров полезного сигнала. На выходе системы требуется получить известное преобразование полезного сигнала, заданное в общем случае нелинейной функцией времени и случайных параметров. Известно распределение вектора случайных параметров. Необходимо найти оценку требуемого выходного СтП из условия минимума математического ожидания функции потерь, зависящей от ошибки оценки выходного СтП. В разд. 3 приведено вспомогательное утверждение, служащее обоснованием разработанного метода. В разд. 4 описан метод определения БК-оптимальной оценки требуемого выходного СтП. Входной СтП, наблюдаемый на конечном промежутке времени, представляется в виде линейной комбинации входных СВ. При определении значений входных СВ применяется КРВНС входной случайной помехи. В качестве модели БК-оптимальной оценки выходного СтП выбрана линейная комбинация входных СВ с коэффициентами в виде детерминированных координатных функций. Координатные функции представляются в виде

ВЛР по заданному ортонормированному базису вейвлетов с компактными носителями. Тем самым задача сводится к нахождению неизвестных коэффициентов ВЛР координатных функций из условия минимума среднего риска, или функции стоимости в терминах нейросетевых технологий. Для нахождения неизвестных параметров применяется многослойная ВНС и нейросетевой алгоритм, разработанные при решении аналогичной задачи для многомерной линейной СтС. В разд. 5 для корреляционной оценки точности БК-оптимальной оценки требуемого выходного СтП получены формулы для математического ожидания, второго начального момента и ковариационной матрицы ошибки. В разд. 6 приведены результаты вычислительных экспериментов для двумерной кубической системы.

## 2 Постановка задачи

Обобщая [12, 14] на нелинейный случай, рассмотрим многомерные действительные СтП  $Z(t)$  и  $W(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , заданные на вероятностных пространствах  $(H_Z, \mathcal{A}_Z, \mathcal{P}_Z)$  и  $(H_W, \mathcal{A}_W, \mathcal{P}_W)$

$$H_Z = \underbrace{\mathcal{L}^2[t_0, t_k] \times \mathcal{L}^2[t_0, t_k] \times \cdots \times \mathcal{L}^2[t_0, t_k]}_{N_Z};$$

$$H_W = \underbrace{\mathcal{L}^2[t_0, t_k] \times \mathcal{L}^2[t_0, t_k] \times \cdots \times \mathcal{L}^2[t_0, t_k]}_{N_W},$$

где  $\mathcal{L}^2[t_0, t_k]$  — гильбертово пространство функций  $f(t)$  ( $t \in [t_0, t_k]$ ) с нормой  $\|f\| = [\int_{t_0}^{t_k} |f(t)|^2 dt]^{1/2}$ ;  $\mathcal{A}_Z$  —  $\sigma$ -алгебра в  $H_Z$ ;  $\mathcal{A}_W$  —  $\sigma$ -алгебра в  $H_W$ ;  $\mathcal{P}_Z(Z(t) = [z_1(t) z_2(t) \cdots z_{N_Z}(t)]^T)$  — вероятность события  $Z(t) = [z_1(t) z_2(t) \cdots z_{N_Z}(t)]^T$ ,  $z_h(t) \in \mathcal{L}^2[t_0, t_k]$ ,  $h = \overline{1, N_Z}$ ;  $\mathcal{P}_W(W(t) = [w_1(t) w_2(t) \cdots w_{N_W}(t)]^T)$  — вероятность события  $W(t) = [w_1(t) w_2(t) \cdots w_{N_W}(t)]^T$ ,  $w_p(t) \in \mathcal{L}^2[t_0, t_k]$ ,  $p = \overline{1, N_W}$ .

В пространстве  $\mathcal{L}^2[t_0, t_k]$  зададим ортонормированный базис вейвлетов с компактными носителями  $\{g_v(t)\}_{v=0}^\infty$  [6]. Кратномасштабный анализ [6] позволяет построить последовательность подпространств  $E_J$  пространства  $\mathcal{L}^2[t_0, t_k]$ , в каждом из которых можно построить соответствующий ортонормированный базис вейвлетов с компактными носителями  $\{g_v(t)\}_{v=1}^L$ , где конечное число  $L$  базисных вейвлет-функций определяется максимальным уровнем вейвлет-разрешения  $J = 0, 1, 2, \dots$  и  $L = 2^{J+1}$ . В пространствах  $H_Z$  и  $H_W$  определим многомерные ортонормированные базисы путем тензорного произведения одномерных вейвлет-базисов  $\{g_v(t)\}_{v=0}^L$  и построим соответствующие последовательности подпространств

$$H_Z^J = \underbrace{E_J \times E_J \times \cdots \times E_J}_{N_Z}; \quad H_W^J = \underbrace{E_J \times E_J \times \cdots \times E_J}_{N_W}.$$

Рассмотрим многомерную СтС, на вход которой поступает СтП  $Z(t)$ , а на выходе СтС требуется получить СтП  $W(t)$ . Векторный входной СтП  $Z(t)$  представляет собой сумму векторного полезного сигнала

$$S(t) = [S_1(t) S_2(t) \cdots S_{N_Z}(t)]^T$$

и нормально распределенной векторной случайной помехи

$$X(t) = [X_1(t) X_2(t) \cdots X_{N_Z}(t)]^T$$

с нулевым математическим ожиданием и известной матрицей ковариационных функций

$$K^X(t_1, t_2) = \mathbf{M} \left[ X(t_1) X^T(t_2) \right], \quad t_1, t_2 \in [t_0, t_k].$$

Полезный сигнал задан в общем случае векторной известной нелинейной функцией  $\Phi(t, U) = \|\Phi_h(t, U)\|_{h=1}^{N_Z}$  относительно времени  $t$  и вектора случайных параметров  $U = [U_1 U_2 \cdots U_{N_U}]^T$  с заданной плотностью вероятности  $f_U(u)$ , не зависящего от случайной помехи  $X(t)$ . Векторная СВ  $U$  имеет конечные вероятностные моменты:

$$m^U = \mathbf{M}[U]; \quad \Gamma^U = \mathbf{M} \left[ U U^T \right]; \quad \alpha_\pi^U = \alpha_{\pi_1, \dots, \pi_{N_U}}^U = \mathbf{M} \left[ U_1^{\pi_1} \cdots U_{N_U}^{\pi_{N_U}} \right]; \\ \pi = \pi_1 + \cdots + \pi_{N_U}; \quad \pi_1, \dots, \pi_{N_U} = 1, 2, \dots$$

Уравнения для входного СтП имеют вид:

$$Z(t) = \Phi(t, U) + X(t); \quad Z_h(t) = \Phi_h(t, U) + X_h(t), \quad h = \overline{1, N_Z}. \quad (1)$$

На выходе СтС требуется получить заданное преобразование полезного сигнала в общем случае в виде нелинейной функции  $\Psi(t, U) = \|\Psi_p(t, U)\|_{p=1}^{N_W}$ . Уравнения требуемого выходного СтП имеют вид:

$$W(t) = \Psi(t, U); \quad W_p(t) = \Psi_p(t, U), \quad p = \overline{1, N_W}. \quad (2)$$

Требуется найти оптимальную СтС, выходной СтП которой  $W^*(t) = [W_1^*(t) W_2^*(t) \cdots W_{N_W}^*(t)]^T$  обеспечивал бы минимум математического ожидания заданной функции потерь  $l(W, W^*)$ :

$$\mathbf{M} [l(W, W^*)] = \min, \quad (3)$$

где  $\mathbf{M} [l(W, W^*)]$  — средний риск. Будем считать, что многомерный действительный СтП  $W^*(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , принадлежит вероятностному пространству  $(H_W, \mathcal{A}_W, P_W)$ . Критерий (3) минимума среднего риска называется байесовским

критерием, а СтП  $W^*(t)$  — БК-оптимальной оценкой СтП  $W(t)$ . Для функции потерь, зависящей от ошибки  $\Delta = \Delta(t) = W(t) - W^*(t)$ , БК примет вид:

$$M[l(\Delta)] = \min . \quad (4)$$

Примерами таких БК служат [1, 2]:

- (1) критерий минимума среднеквадратичной ошибки (СКО) для функции потерь  $l(\Delta) = \text{tr}[\Delta\Delta^T]$ ,  $\Delta(t) = W(t) - W^*(t)$ ;
- (2) сложно-статистический критерий (ССК) для функции потерь  $l(W, W^*) = f(m^\Delta(t), K^\Delta(t))$ , зависящей от математического ожидания ошибки  $m^\Delta(t)$  и ковариационной матрицы ошибки  $K^\Delta(t)$ ;
- (3) если ошибка распределена нормально, то частным случаем ССК становится критерий максимума вероятности того, что ошибка не выйдет из заданной области  $A^\Delta = \{\Delta : |\Delta_p| < a_p(t) (p = \overline{1, N_W})\}$ :  $P(\Delta \in A^\Delta) = \max$ ;
- (4) критерий минимума накопленного ущерба для функции потерь  $l(\Delta) = 1 - \exp\{-k^2\Delta^T\Delta\}$ ,  $k = \text{const}$ .

### 3 Вспомогательное утверждение

В основе приближенного решения поставленной задачи лежит метод ВЛКР [1, 2], позволяющий аппроксимировать входной СтП  $Z(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , некоторым СтП  $Z^L(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , с реализациями  $z^L(t) \in H_Z^J$ . Согласно [15], случайная помеха  $X(t)$  аппроксимируется КРВНС

$$X^L(t) = \sum_{v=1}^L V_v^X \kappa_v^L(t); \quad X_h^L(t) = \sum_{v=1}^L V_v^X \kappa_{vh}^L(t), \quad h = \overline{1, N_Z},$$

где  $V_v^X$  — некоррелированные СВ с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями  $D_v^X = 1$ ;  $\kappa_v^L(t) = [\kappa_{v1}^L(t) \kappa_{v2}^L(t) \cdots \kappa_{vN_Z}^L(t)]^T$  — векторные координатные функции. Скалярные координатные функции представляют собой линейные комбинации базисных вейвлет-функций:

$$\kappa_{vh}^L(t) = \sum_{\mu=1}^L c_\mu^{vh} g_\mu(t), \quad h = \overline{1, N_Z}. \quad (5)$$

Значения коэффициентов  $c_\mu^{vh}$ ,  $v, \mu = \overline{1, L}$ ,  $h = \overline{1, N_Z}$ , вычисляются в процессе построения КРВНС  $X(t)$ . Если ввести векторы

$$c^{vh}(t) = [c_1^{vh}(t) c_2^{vh}(t) \cdots c_L^{vh}(t)]^T; \quad g^L(t) = [g_1(t) g_2(t) \cdots g_L(t)]^T,$$

то (5) можно записать в виде:

$$\kappa_{vh}^L(t) = (c^{vh})^T g^L(t), \quad h = \overline{1, N_Z}. \quad (6)$$

Случайные величины  $V_v^X$ ,  $v = \overline{1, L}$ , удовлетворяют соотношениям [1, 2]:

$$V_v^X = \int_{t_0}^{t_k} (a_v(t))^T X(t) dt, \quad v = \overline{1, L}, \quad (7)$$

где  $a_v(t) = [a_{v1}(t) a_{v2}(t) \cdots a_{vN_Z}(t)]^T$  — формирующие функции,

$$a_{vh}(t) = \sum_{\theta=1}^L \alpha_{\theta}^{vh} g_{\theta}(t), \quad \alpha_{\theta}^{ah} = \frac{1}{LN_Z c_{\theta}^{vh}}. \quad (8)$$

Как известно [1, 2],  $X^L(t)$  сходится в среднем квадратичном к СтП  $X(t)$  при  $L \rightarrow \infty$  для каждого фиксированного  $t \in [t_0, t_k]$ .

Далее рассматриваются СВ

$$V_v^Z = \int_{t_0}^{t_k} (a_v(t))^T Z(t) dt = \sum_{h=1}^{N_Z} \int_{t_0}^{t_k} a_{vh}(t) Z_h(t) dt, \quad v = \overline{1, L},$$

и СтП  $Z^L(t)$  представляется в виде линейной комбинации этих СВ  $V_v^Z$ :

$$Z^L(t) = \sum_{v=1}^L V_v^Z \kappa_v^L(t). \quad (9)$$

После подстановки (1) в (7) имеем

$$V_v^Z = \beta_v(U) + V_v^X, \quad v = \overline{1, L},$$

где введено обозначение

$$\beta_v(U) = \int_{t_0}^{t_k} (a_v(t))^T \Phi(t, U) dt, \quad v = \overline{1, L}.$$

Учитывая (8), получаем

$$\beta_v(U) = \sum_{h=1}^{N_Z} \sum_{\theta=1}^L \alpha_{\theta}^{vh} \int_{t_0}^{t_k} \Phi_h(t, U) g_{\theta}(t) dt, \quad v = \overline{1, L}. \quad (10)$$

Рассматривая величину  $u \in R$ ,  $u = const < \infty$ , как параметр, нелинейные скалярные функции  $\Phi_h(t, u) \in \mathcal{L}^2[t_0, t_k]$  аппроксимируем функциями  $\Phi_h^L(t, u) \in E_J$ , которые можно представить в виде ВЛР

$$\Phi_h^L(t, u) = \sum_{v=1}^L \gamma_v^h(u) g_v(t) \quad (11)$$

с коэффициентами

$$\gamma_v^h(u) = \int_{t_0}^{t_k} \Phi_h(t, u) g_v(t) dt. \quad (12)$$

Согласно свойствам кратномасштабного анализа,

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \Phi_h^L(t, u) = \Phi_h(t, u).$$

После подстановки (12) в (10) получаем:

$$\beta_v(U) = \sum_{h=1}^{N_Z} \sum_{\theta=1}^L \alpha_{\theta}^{vh} \gamma_{\theta}^h(U), \quad v = \overline{1, L}.$$

**Утверждение 1.** Последовательность СтП  $Z^L(t)$  (9) сходится в среднем квадратичном к СтП  $Z(t)$  при  $L \rightarrow \infty$  для каждого фиксированного  $t \in [t_0, t_k]$ .

*Доказательство.* Как известно [2],  $X_h^L(t)$  сходится в среднем квадратичном к  $X_h(t)$  при  $L \rightarrow \infty$ . С учетом независимости векторной СВ  $U$  и векторной нормальной случайной помехи  $X(t)$  имеем соотношения:

$$\begin{aligned} \mathbb{M} (Z_h(t) - Z_h^L(t))^2 &= \mathbb{M} \left( (\Phi_h(t, U) + X_h(t)) - \sum_{v=1}^L V_v^Z \kappa_{vh}^L(t) \right)^2 = \\ &= \mathbb{M} \left( \Phi_h(t, U) - \sum_{v=1}^L \beta_v(U) \kappa_{vh}^L(t) \right)^2 + \mathbb{M} \left( X_h(t) - \sum_{v=1}^L V_v^X \kappa_{vh}^L(t) \right)^2 = \\ &= \mathbb{M} \left( \Phi_h(t, U) - \sum_{v=1}^L \sum_{h=1}^{N_Z} \sum_{\theta=1}^L \frac{1}{LN_Z} \gamma_{\theta}^h(U) g_{\theta}(t) \right)^2 + \\ &\quad + \mathbb{M} \left( X_h(t) - \sum_{v=1}^L V_v^X \kappa_{vh}^L(t) \right)^2 = \\ &= \mathbb{M} \left( \Phi_h(t, U) - \sum_{\theta=1}^L \gamma_{\theta}^h(U) g_{\theta}(t) \right)^2 + \mathbb{M} \left( X_h(t) - \sum_{v=1}^L V_v^X \kappa_{vh}^L(t) \right)^2. \end{aligned}$$

По условию задачи СВ  $U$  имеет конечные вероятностные моменты, поэтому

$$\begin{aligned} \mathbb{M} \left( Z_h(t) - Z_h^L(t) \right)^2 &= \mathbb{M} \left( \Phi_h(t, U) - \sum_{\theta=1}^L \gamma_{\theta}^h(U) g_{\theta}(t) \right)^2 + \\ &+ \mathbb{M} \left( X_h(t) - \sum_{v=1}^L V_v^Z \kappa_{vh}^L(t) \right)^2 \rightarrow 0 \text{ при } L \rightarrow \infty \text{ для любых } t \in [t_0, t_k]. \end{aligned}$$

Следовательно, утверждение доказано.

#### 4 Метод и алгоритм вейвлет-нейросетевого синтеза нелинейной многомерной системы

В качестве модели БК-оптимальной оценки  $W^*(t)$  выходного СтП  $W(t)$  рассмотрим ее аппроксимацию линейной композицией СВ  $V_v^Z$ ,  $v = \overline{1, L}$ , с коэффициентами в виде векторных детерминированных координатных функций  $\chi_v^L(t) = [\chi_{v1}^L(t) \chi_{v2}^L(t) \cdots \chi_{LN_W}^L(t)]^T$ :

$$\begin{aligned} W^L(t) &= \sum_{v=1}^L V_v^Z \chi_v^L(t), \quad W^L(t) = [W_1^L(t) W_2^L(t) \cdots W_{N_W}^L(t)]^T; \\ W_p^L(t) &= \sum_{v=1}^L V_v^Z \chi_{vp}(t), \quad p = \overline{1, N_W}. \end{aligned}$$

Пусть  $\chi_{vp}^L(t) \in \mathcal{L}^2[t_0, t_k]$ ,  $p = \overline{1, N_W}$ ,  $v = \overline{1, L}$ . Тогда их можно представить в виде ВЛР:

$$\chi_{vp}^L(t) = \sum_{\mu=1}^L \lambda_{\mu}^{vp} g_{\mu}(t). \quad (13)$$

Если для  $v = \overline{1, L}$  ввести матрицы неизвестных коэффициентов

$$\Lambda_v = \begin{bmatrix} \lambda_1^{v1} & \lambda_2^{v1} & \cdots & \lambda_L^{v1} \\ \lambda_1^{v2} & \lambda_2^{v2} & \cdots & \lambda_L^{v2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_1^{vN_W} & \lambda_2^{vN_W} & \cdots & \lambda_L^{vN_W} \end{bmatrix},$$

тогда

$$\chi_v^L(t) = \Lambda_v g^L(t),$$

а оценка примет вид:

$$W^L(t) = \sum_{v=1}^L V_v^Z \Lambda_v g^L(t).$$

В итоге задача построения БК-оптимальной оценки  $W^*(t)$  выходного СтП  $W(t)$  сведена к задаче нахождения оптимальных значений параметров  $\Lambda_v$ ,  $v = \overline{1, L}$ , из условия минимума среднего риска (4). Решим эту задачу на основе многослойной ВНС, описанной в [5]. На вход ВНС подается  $L$  наборов обучения. Каждый  $i$ -й набор,  $i = \overline{1, L}$ , состоит из совокупности смоделированных значений  $v_v^{Zi}$  СВ  $V_v^Z$ ,  $v = \overline{1, L}$ , и соответствующего значения  $w^i(t)$  требуемого выходного СтП.

Вейвлет-нейронная сеть имеет следующую архитектуру (рис. 1):

- входной слой:  $\{v_1^{Zi} v_2^{Zi} \dots v_L^{Zi}\}_{i=1}^L, t$ ;
- первый скрытый слой вычисляет значение вектора базисных вейвлет-функций  $g^L(t)$ ;
- второй скрытый слой вычисляет значения векторных координатных функций  $\chi_v^L(t)$ ,  $v = \overline{1, L}$ ;
- выходной слой вычисляет значения БК-оптимальной оценки  $w^{Li}(t) = \sum_{v=1}^L v_v^{Zi} \chi_v^L(t)$ ,  $i = \overline{1, L}$ .

Обучаемыми параметрами служат матрицы синаптических весов  $\Lambda_v = \|\lambda_{\mu}^{vp}\|_{p, \mu=1}^{N_W, L}$ ,  $v = \overline{1, L}$ . Для обучения ВНС применяется пакетный режим обучения, что отражено в структуре сети. Обучение ВНС с учителем осуществляется методом обратного распространения ошибки [16]. Оценка среднего риска (4) для  $L$  наборов обучения вычисляется по формуле функции стоимости:

$$E(\Lambda) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L l(\Delta^i), \quad (14)$$

где

$$\Delta^i = \Delta^i(t) = w^i(t) - w^{Li}(t), \quad w^{Li}(t) = \sum_{v=1}^L v_v^{Zi} \Lambda_v g^L(t).$$

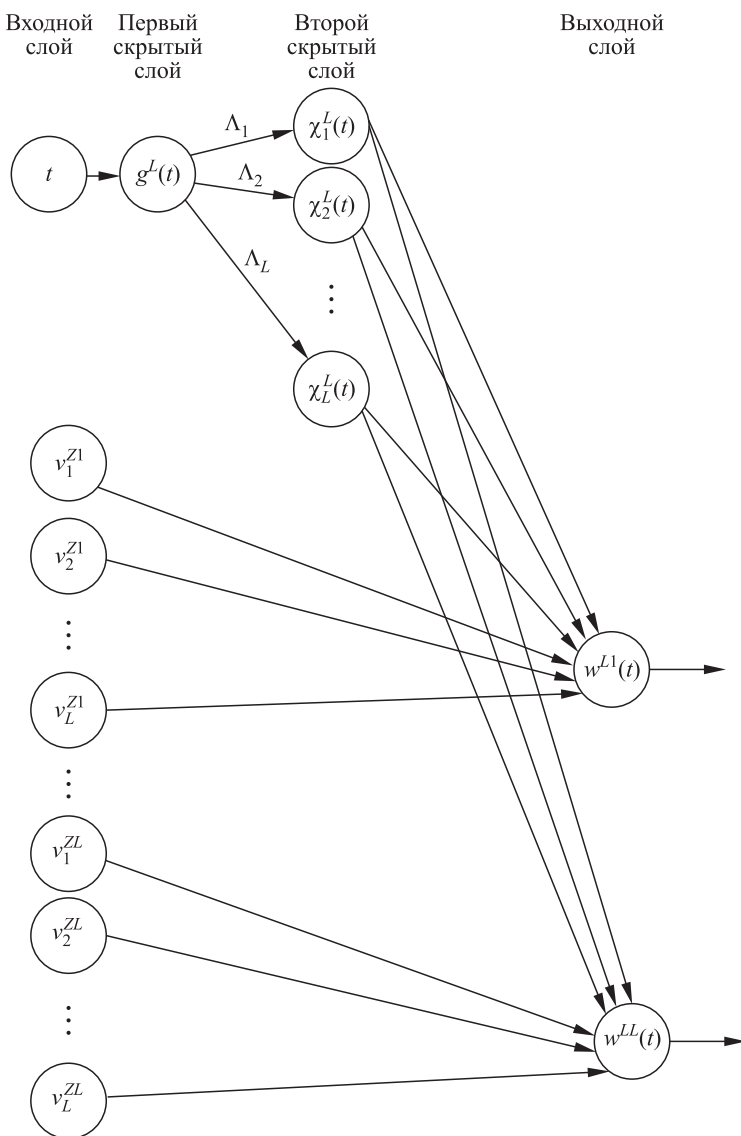
Начиная с исходных значений  $\lambda_{\mu}^{vp}(0) = \lambda_{\mu 0}^{vp}$ ,  $v, \mu = \overline{1, L}$ ,  $p = \overline{1, N_W}$ , генерируется последовательность весовых коэффициентов  $\lambda_{\mu}^{vp}(1), \lambda_{\mu}^{vp}(2), \dots$ , таких что при переходе от  $n$ -й итерации алгоритма к  $(n+1)$ -й выполняется условие  $E(\Lambda(n+1)) \leq E(\Lambda(n))$ . Корректировка весов осуществляется по формуле:

$$\lambda_{\mu}^{vp}(n+1) = \lambda_{\mu}^{vp}(n) - \eta q_{\mu}^{vp}(n), \quad (15)$$

где

$$q_{\mu}^{vp}(n) = \frac{\partial E}{\partial \lambda_{\mu}^{vp}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \frac{\partial l(\Delta_i)}{\partial w_p^{Li}} \frac{\partial w_p^{Li}}{\partial \lambda_{\mu}^{vp}} = -\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \frac{\partial l(\Delta_i)}{\partial w_p^{Li}} v_v^{Zi} g_{\mu}(t);$$

$\eta = const$  — параметр скорости обучения,  $0 < \eta < 1$ .



**Рис. 1** Архитектура ВНС

Процесс обучения ВНС проводится от итерации к итерации, пока значения весовых коэффициентов не стабилизируются около оптимальных значений  $\lambda_\mu^{vp*}$ ,  $v, \mu = \overline{1, L}$ ,  $p = \overline{1, N_W}$ , а функция стоимости не сойдется к некоторому минимальному значению  $E_{\min}^L$  [16]. В итоге БК-оптимальная оценка  $W^{L*}(t) = [W_1^{L*}(t) W_2^{L*}(t) \dots W_{N_W}^{L*}(t)]^T$  будет определяться выражением:

$$W^{L*}(t) = \sum_{v=1}^L V_v^Z \Lambda_v^* g^L(t), \quad \Lambda_v^* = \left\| \lambda_{\mu}^{vp*} \right\|_{p, \mu=1}^{N_W, L}.$$

Формулы для компонентов вектора  $W_p^{L*}(t)$ ,  $p = \overline{1, N_W}$ , имеют вид:

$$W_p^{L*}(t) = \sum_{v=1}^L V_v^Z \chi_{vp}^{L*}(t), \quad \chi_{vp}^{L*}(t) = \sum_{\mu=1}^L \lambda_{\mu}^{vp*} g_{\mu}(t), \quad (16)$$

или

$$W_p^{L*}(t) = \sum_{v=1}^L V_v^Z \sum_{\mu=1}^L \lambda_{\mu}^{vp*} g_{\mu}(t). \quad (17)$$

В результате получен алгоритм вейвлет-нейросетевого синтеза БК-оптимальной оценки  $W^{L*}(t)$  многомерного выходного СтП (2) по результатам наблюдения входного СтП (1) на промежутке времени  $[t_0, t_k]$ .

**Алгоритм.** Синтез БК-оптимальной оценки многомерного выходного СтП

1. Генерация множества обучающих примеров  $t$ ,  $\{\{v_v^{Zi}\}_{v=1}^L, w_i(t)\}_{i=1}^L$ .
2. Задание параметра скорости обучения  $0 < \eta < 1$ , параметра  $0 < \delta^E < 1$ .
3. Инициализация весов. При  $n = 0$   $\lambda_{\mu}^{vp}(0) = \lambda_{\mu 0}^{vp}$ ,  $v, \mu = \overline{1, L}$ ,  $p = \overline{1, N_W}$ .

4. Вычисление функций первого скрытого слоя  $g^L(t)$ .

5. Вычисление функций второго скрытого слоя:

$$\chi_v^L(n, t) = \Lambda_v(n) g^L(t), \quad v = \overline{1, L}.$$

6. Вычисление функций выходного слоя:

$$w^{Li}(n, t) = \sum_{v=1}^L v_v^{Zi} \Lambda_v(n) g^L(t), \quad i = \overline{1, L}.$$

7. Вычисление значения функции стоимости по формуле (14). Начиная с третьего шага при  $n = 3$ , проверка условия окончания адаптации весов:

$$|E(\Lambda(n+1)) - E(\Lambda(n))| \leq \delta^E.$$

Если условие выполняется, выход из алгоритма, в противном случае переход к п. 8.

8. Адаптация весов. Изменение весов по формуле (15).

9. Увеличение номера итерации  $n$  на 1 и возвращение к п. 5.

## 5 Точность оценки требуемого выходного стохастического процесса

В рамках корреляционной теории [1, 2] точность оценки  $W^{L^*}(t)$ , согласно (16) или (17), оценивается математическим ожиданием, вторым начальным моментом и ковариационной матрицей ошибки  $\Delta(t) = W(t) - W^{L^*}(t)$ ,  $\Delta t = [\Delta_1(t) \Delta_2(t) \cdots \Delta_{N_W}(t)]^T$ , где

$$\Delta_p(t) = W_p(t) - W_p^{L^*}(t) = \Psi_p(t, U) - \sum_{v=1}^L (\beta_v(U) + V_v^X) \chi_{vp}^{L^*}(t), \quad p = \overline{1, N_W}.$$

Пусть

$$\varepsilon_p^L(t, U) = \Psi_p(t, U) - \sum_{v=1}^L \beta_v(U) \chi_{vp}^{L^*}(t), \quad p = \overline{1, N_W}.$$

Тогда

$$\Delta_p(t) = \varepsilon_p^L(t, U) - \sum_{v=1}^L V_v^X \chi_{vp}^{L^*}(t), \quad p = \overline{1, N_W}.$$

Учитывая  $M[V_v^X] = 0$  и  $M[(V_v^X)^2] = 1$ , компоненты математического ожидания ошибки  $M[\Delta(t)] = m^\Delta(t) = [m_1^\Delta(t) m_2^\Delta(t) \cdots m_{N_W}^\Delta(t)]^T$  можно вычислить по формулам:

$$m_p^\Delta(t) = M[\varepsilon_p^L(t, U)], \quad p = \overline{1, N_W}, \quad (18)$$

компоненты второго начального момента ошибки  $\Gamma^\Delta(t) = M[\Delta(t)\Delta^T(t)] = \|\Gamma_{pq}^\Delta(t)\|_{p,q=1}^{N_W}$  — по формулам:

$$\Gamma_{pq}^\Delta(t) = M[\varepsilon_p^L(t, U)\varepsilon_q^L(t, U)] + \sum_{v=1}^L \chi_{vp}^{L^*}(t)\chi_{vq}^{L^*}(t), \quad p, q = \overline{1, N_W}, \quad (19)$$

компоненты ковариационной матрицы ошибки  $K^\Delta(t) = M[(\Delta(t) - m_\Delta(t))(\Delta(t) - m_\Delta(t))^T] = \|K_{pq}^\Delta(t)\|_{p,q=1}^{N_W}$  — по формулам:

$$K_{pq}^\Delta(t) = M[\varepsilon_p^L(t, U)\varepsilon_q^L(t, U)] - m_p^\Delta(t)m_q^\Delta(t) + \sum_{v=1}^L \chi_{vp}^{L^*}(t)\chi_{vq}^{L^*}(t),$$

$$p, q = \overline{1, N_W}. \quad (20)$$

В итоге имеем следующее утверждение.

**Утверждение 2.** В рамках корреляционной теории [1, 2] при условиях невырожденности наблюдений точность БК-оптимальной оценки  $W^{L*}(t)$  выходного СтП  $W(t)$  (1) оценивается математическим ожиданием, вторым начальным моментом и ковариационной матрицей ошибки  $\Delta(t) = W(t) - W^{L*}(t)$ , компоненты которых соответственно вычисляются по формулам (18)–(20) при условиях конечности (11), (12).

## 6 Вычислительные эксперименты

Найти оптимальный в среднем квадратичном фильтр, предназначенный для воспроизведения двумерного поляризованного выходного сигнала

$$W(t) = [W_1(t) \ W_2(t)]^T, \quad W_h(t) = \rho_h U^3, \quad h = 1, 2, \quad (21)$$

по результатам наблюдения входного сигнала

$$Z(t) = [Z_1(t) \ Z_2(t)]^T, \quad Z_h(t) = \rho_h (U^3 + X(t)), \quad h = 1, 2,$$

в течение интервала времени длительностью  $T$ , предшествующего данному моменту времени  $t$  ( $t \geq T$ ). Здесь  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — масштабные коэффициенты координат сигнала. Случайная помеха  $X(t)$  нормально распределена. При этом  $M[x(t)] = 0$ . Помеха не зависит от нормально распределенного случайного параметра  $U$  с математическим ожиданием  $m_u$  и дисперсией  $D_u$ . Оптимальная по критерию СКО оценка  $W^*(t) = [W_1^*(t) \ W_2^*(t)]^T$  выходного сигнала  $W(t)$  находится из условия минимума среднего риска  $M[(W_1 - W_1^*)^2 + (W_2 - W_2^*)^2]$ . Рассмотрим два случая задания помехи:

- (1) стационарная случайная помеха  $X(t)$  с ковариационной функцией

$$K^X(t_1, t_2) = D^X \exp(-\alpha^X |t_1 - t_2|);$$

- (2) нестационарная случайная помеха  $X(t)$  с ковариационной функцией

$$K^X(t_1, t_2) = D^X \exp(-\alpha_1^X |t_1 - t_2| + \alpha_2^X (t_1 + t_2)).$$

В качестве ортонормированного базиса вейвлетов с компактными носителями зададим базис Хаара с максимальным уровнем вейвлет-разрешения  $J$ . Построение КРВНС векторного СтП  $X(t)$  в виде (6), (7) выполним с помощью инструментального программного обеспечения (ИПО) КРВНС.2, разработанного в среде MATLAB и реализующего алгоритм, описанный в [15].

Согласно (9), входной СтП  $Z(t)$  аппроксимируется

$$Z^L(t) = \sum_{v=1}^L V_v^Z \kappa_v^L(t) = \sum_{v=1}^L (\beta_v(U) + V_v^X) \kappa_v^L(t),$$

где

$$\beta_v(U) = \sum_{h=1}^2 \sum_{\theta=1}^L \alpha_{\theta}^{vh} \gamma_{\theta}^h(U), \quad \gamma_v^h(U) = \rho_h U^3 \int_{t-T}^t g_v(t) dt, \quad v = \overline{1, L}.$$

Отсюда получаем формулы для входных СВ:

$$V_v^Z = T (\alpha_1^{v1} \rho_1 + \alpha_1^{v2} \rho_2) U^3 + V_v^X, \quad v = \overline{2, L}. \quad (22)$$

Согласно (21) и (22) генерируется набор обучения ВНС в виде совокупности значений  $v_v^{Zi}$  СВ  $V_v^Z$ ,  $v, i = \overline{2, L}$ , и соответствующих значений требуемого выходного двумерного сигнала  $w^i(t) = [w_1^i(t) w_2^i(t)]^T$ ,  $i = \overline{2, L}$ . Оценка среднего риска для всего набора обучения будет вычисляться по формуле функции стоимости:

$$E(\Lambda) = \frac{2}{L} \sum_{i=1}^L (w_1^i - w_1^{Li}) + (w_2^i - w_2^{Li})^2,$$

где

$$w_h^{Li}(t) = \sum_{v=1}^L v_v^{Zi} \chi_{vh}^L(t), \quad h = 1, 2.$$

Для вычисления СКО-оптимальной оценки  $W^{L*}(t)$  в виде (13) применим ИПО «БК-Синтез-ВНС.2» [5]. Ошибки СКО-оптимальных оценок  $W_h^*(t)$  компонент выходного сигнала  $W_h(t)$  для  $h = 1, 2$  вычисляются по формулам:

$$\Delta_h(t) = \varepsilon_h^L(t, U) - \sum_{v=1}^L V_v^X \chi_{vh}^{L*}(t), \quad \varepsilon_h^L(t, U) = \xi_h^L(t) U^3,$$

$$\xi_h^L(t) = \left( \rho_h - \sum_{v=1}^L T (\alpha_1^{v1} \rho_1 + \alpha_1^{v2} \rho_2) \chi_{vh}^{L*}(t) \right).$$

Отсюда согласно утверждению 2 получаем формулы для математического ожидания и дисперсии ошибок оценки компонентов выходного СтП:

$$m_h^{\Delta}(t) = M[\Delta_h(t)] = M[\varepsilon_h^L(t, U)] = \xi_h^L(t) M[U^3] =$$

$$= \xi_h^L(t) (m_u^3 + 3m_u D_u), \quad h = \overline{1, 2};$$

$$D_h^{\Delta}(t) = M\left[\left(\Delta_h(t) - m_h^{\Delta}(t)\right)^2\right] =$$

$$= (\xi_h^L(t))^2 M[U^6] - (\xi_h^L(t))^2 (m_u^3 + 3m_u D_u)^2 + \sum_{v=1}^L (\chi_{vh}^{L*}(t))^2 =$$

$$\begin{aligned}
 &= (\xi_h^L(t))^2 (m_u^6 + 15D_u m_u^4 + 45D_u^2 m_u^2 + 15D_u^3) - \\
 &\quad - (\xi_h^L(t))^2 (m_u^3 + 3m_u D_u)^2 + \sum_{v=1}^L (\chi_{vh}^{L*}(t))^2 = \\
 &= (\xi_h^L(t))^2 (9D_u m_u^4 + 36D_u^2 m_u^2 + 15D_u^3) + \sum_{v=1}^L (\chi_{vh}^{L*}(t))^2, \quad h = 1, 2.
 \end{aligned}$$

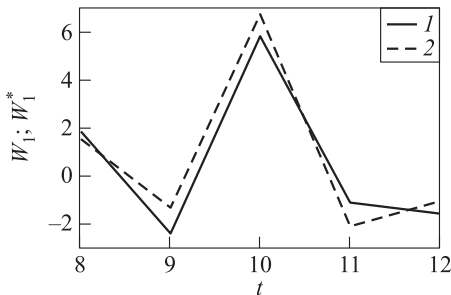
Вычислительные эксперименты проведены для исходных данных:  $t \in [9, 16]$ ;  $T = 8$ ;  $\rho_1 = 2$ ;  $\rho_2 = 3$ ;  $D^X = 1$ ;  $\alpha^X = 1$ ;  $\alpha_1^X = 1$ ;  $\alpha_2^X = 0,01$ ;  $m_u = 0$ ;  $D_u = 1$ ;  $J = 5$ ,  $L = 64$ .

Экспериментально выбран параметр скорости обучения ВНС  $\eta = 0,01$ . Начиная с  $n = 138$  выполняется условие

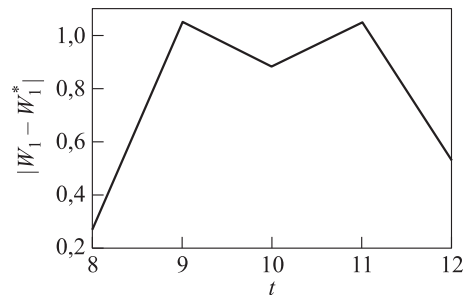
$$|E(\Lambda(n+1)) - E(\Lambda(n))| \leq \delta^E$$

для  $\delta^E = 0,001$ . Ниже приведены результаты вычислительных экспериментов при  $n = 200$ . Точность СКО-оценки  $W^*(t)$  характеризуется математическим ожиданием ошибки, которое в данном примере для обоих случаев равно 0.

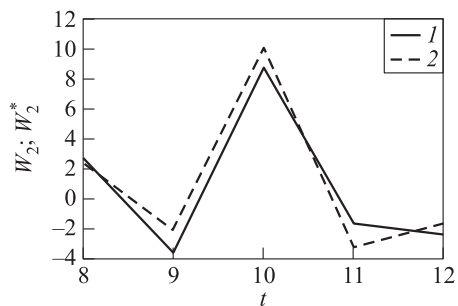
На рис. 2–9 приведены результаты вычислений для случая 1: стационарной случайной помехи. На рис. 2 изображены графики сигнала  $W_1(t)$  и его СКО-оценки  $W_1^*(t)$ . Значения сигнала  $W_1(t)$  изменяются от  $-2,42$  до  $+5,85$ . На рис. 3 по графику модуля ошибки  $|\Delta_1(t)| = |W_1(t) - W_1^*(t)|$  видно, что  $|\Delta_1(t)| \leq 1,05$ . На рис. 4 изображены графики сигнала  $W_2(t)$  и его СКО-оценки  $W_2^*(t)$ . Значения сигнала  $W_2(t)$  изменяются от  $-3,63$  до  $+8,78$ . На рис. 5 по графику модуля ошибки  $|\Delta_2(t)| = |W_2(t) - W_2^*(t)|$  видно, что  $|\Delta_2(t)| \leq 1,57$ . На рис. 6 изображен график дисперсии  $D_1^\Delta(t)$  ошибки оценки  $W_1(t)$ . По графику видно, что на промежутке времени  $[8, 12]$  значения  $D_1^\Delta(t)$  уменьшаются начиная с  $0,56$ .



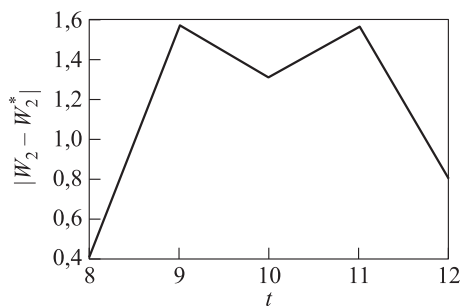
**Рис. 2** Графики сигнала  $W_1(t)$  (1) и его оценки  $W_1^*(t)$  (2) (случай 1)



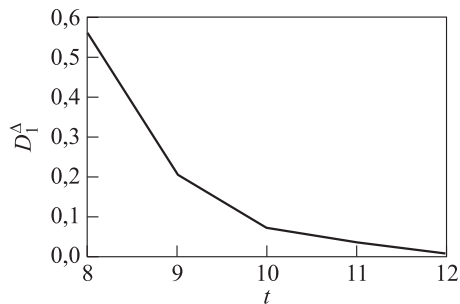
**Рис. 3** График модуля ошибки  $|\Delta_1(t)| = |W_1(t) - W_1^*(t)|$  (случай 1)



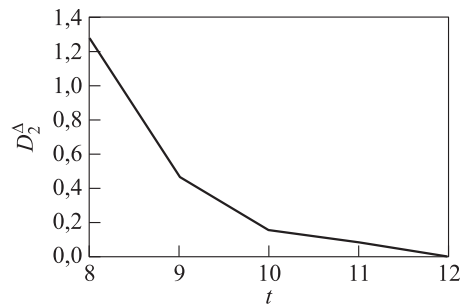
**Рис. 4** Графики сигнала  $W_2(t)$  (1) и его оценки  $W_2^*(t)$  (2) (случай 1)



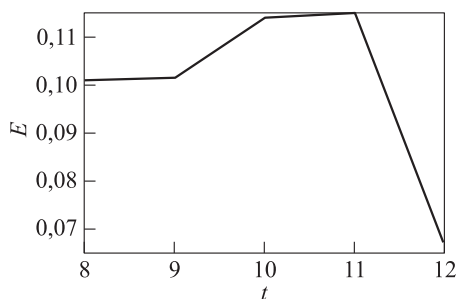
**Рис. 5** График модуля ошибки  $|\Delta_2(t)| = |W_2(t) - W_2^*(t)|$  (случай 1)



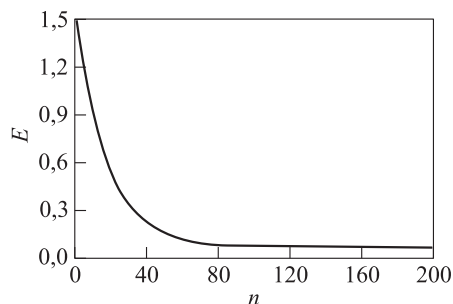
**Рис. 6** График дисперсии  $D_1^\Delta(t)$  ошибки оценки  $W_1^*(t)$  (случай 1)



**Рис. 7** График дисперсии  $D_2^\Delta(t)$  ошибки оценки  $W_2^*(t)$  (случай 1)



**Рис. 8** График функции стоимости  $E(t)$  (случай 1)

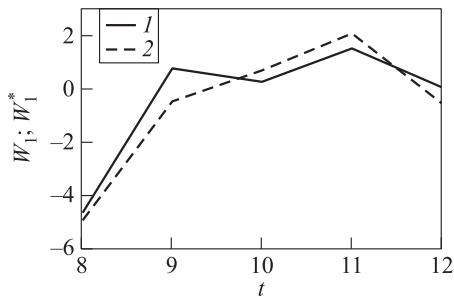


**Рис. 9** График функции стоимости  $E(n)$  при  $t = 12$  (случай 1)

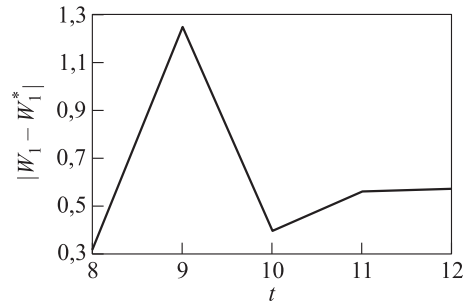
На рис. 7 изображен график дисперсии  $D_2^\Delta(t)$  ошибки оценки  $W_2(t)$ . По графику видно, что на промежутке времени [8, 12] значения  $D_2^\Delta(t)$  уменьшаются начиная с 1,26. На рис. 8 изображен график изменения функции стоимости  $E(t)$  на промежутке времени [8, 12]. На рис. 9 приведен график изменения значений функции стоимости  $E(n)$  при  $t = 12$ .

На рис. 10–17 приведены результаты вычислений для случая 2: нестационарной случайной помехи. На рис. 10 изображены графики сигнала  $W_1(t)$  и его СКО-оценки  $W_1^*(t)$ . Значения сигнала  $W_1(t)$  изменяются от  $-4,76$  до  $+1,52$ . На рис. 11 по графику модуля ошибки  $|\Delta_1(t)| = |W_1(t) - W_1^*(t)|$  видно, что  $|\Delta_1(t)| \leq 1,25$ . На рис. 12 изображены графики сигнала  $W_2(t)$  и его СКО-оценки  $W_2^*(t)$ . Значения сигнала  $W_2(t)$  изменяются от  $-7,1$  до  $+2,28$ . На рис. 13 по графику модуля ошибки  $|\Delta_2(t)| = |W_2(t) - W_2^*(t)|$  видно, что  $|\Delta_2(t)| \leq 1,9$ .

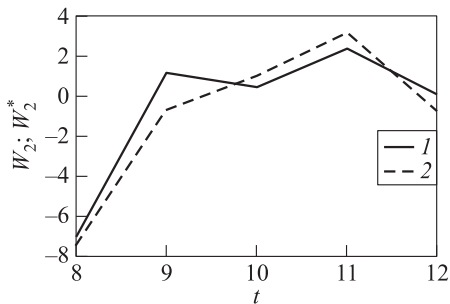
На рис. 14 изображен график дисперсии  $D_1^\Delta(t)$  ошибки оценки  $W_1^*(t)$ . По графику видно, что на промежутке времени [8, 12] значения  $D_1^\Delta(t) \leq 0,23$ . На



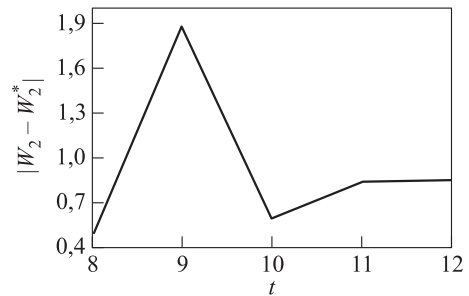
**Рис. 10** Графики сигнала  $W_1(t)$  (1) и его оценки  $W_1^*(t)$  (2) (случай 2)



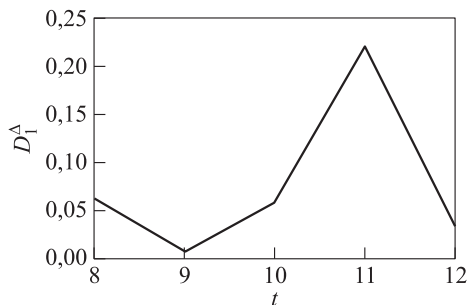
**Рис. 11** График модуля ошибки  $|\Delta_1(t)| = |W_1(t) - W_1^*(t)|$  (случай 2)



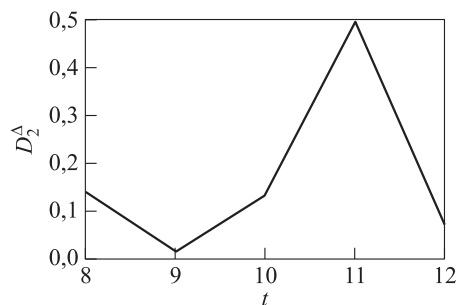
**Рис. 12** Графики сигнала  $W_2(t)$  (1) и его оценки  $W_2^*(t)$  (2) (случай 2)



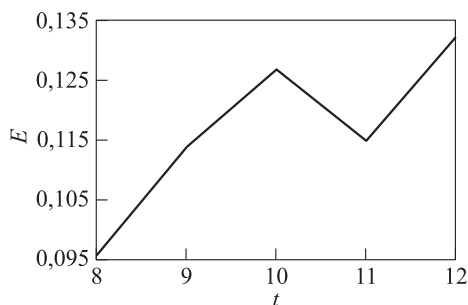
**Рис. 13** График модуля ошибки  $|\Delta_2(t)| = |W_2(t) - W_2^*(t)|$  (случай 2)



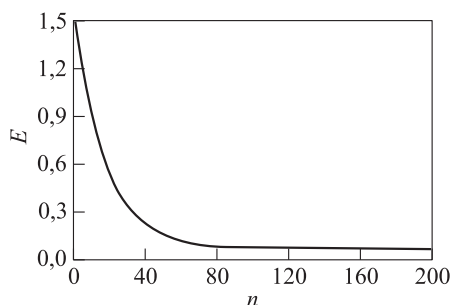
**Рис. 14** График дисперсии  $D_1^\Delta(t)$  ошибки оценки  $W_1^*(t)$  (случай 2)



**Рис. 15** График дисперсии  $D_2^\Delta(t)$  ошибки оценки  $W_2^*(t)$  (случай 2)



**Рис. 16** График функции стоимости  $E(t)$  (случай 2)



**Рис. 17** График функции стоимости  $E(n)$  при  $t = 12$  (случай 2)

рис. 15 изображен график дисперсии  $D_2^\Delta(t)$  ошибки оценки  $W_2^*(t)$ . По графику видно, что на промежутке времени  $[8, 12]$  значения  $D_2^\Delta(t) \leq 0,5$ . На рис. 16 изображен график изменения функции стоимости  $E(t)$  на промежутке времени  $[8, 12]$ . На рис. 17 в качестве образца приведен график изменения значений функции стоимости  $E(n)$  при  $t = 12$ .

Вычислительные эксперименты показали, что если в состав входного сигнала входит стационарная случайная помеха с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $K^X(t_1, t_2) = D^X \exp(-\alpha^X |t_1 - t_2|)$ , то дисперсия ошибки уменьшается с течением времени.

Если в состав входного сигнала входит нестационарная случайная помеха с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $K^X(t_1, t_2) = D^X \exp(-\alpha_1^X |t_1 - t_2| + \alpha_2^X (t_1 + t_2))$ , то значения сигнала растут с течением времени.

## 7 Заключение

Приведены результаты работ по методическому и алгоритмическому обеспечению вейвлет-нейросетевого синтеза многомерных нелинейных полиномиальных СтС на основе КР. Выполненные вычислительные эксперименты для гауссовских стационарных и нестационарных помех подтверждают высокую точность методического и алгоритмического обеспечения.

Результаты допускают обобщение на случай разрывных нелинейностей, если использовать метод статистической линеаризации посредством КР и результаты для линейных систем.

## Литература

1. Пугачёв В. С. Теория случайных функций и её применение к задачам автоматического управления. — М.: Физматгиз, 1962. 884 с.
2. Сеницын И. Н. Канонические представления случайных функций. Теория и приложения. — 2-е изд. — М.: ТОРУС ПРЕСС, 2023. 816 с.
3. Сеницын И. Н., Сеницын В. И., Корепанов Э. Р., Конашенкова Т. Д. Бейсов синтез многомерной стохастической системы высокой доступности методом вейвлет канонических разложений // Системы высокой доступности, 2024. Т. 20. № 1. С. 55–66. doi: 10.18127/j20729472-202401-06. EDN: OMIDZW.
4. Сеницын И. Н., Сеницын В. И., Корепанов Э. Р., Конашенкова Т. Д. Нейросетевой синтез оптимальной линейной стохастической системы по критерию минимума среднеквадратичной ошибки // Системы и средства информатики, 2024. Т. 34. № 3. С. 87–108. doi: 10.14357/08696527240307. EDN: FVQWBN.
5. Сеницын И. Н., Сеницын В. И., Корепанов Э. Р., Конашенкова Т. Д. Нейросетевой байесовский синтез многомерной линейной стохастической системы // Системы и средства информатики, 2025. Т. 35. № 3. С. 33–53. doi: 10.14357/08696527250303. EDN: SUNQAL.
6. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам / Пер. с англ. — Москва, Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 464 с. (*Daubechies I. Ten lectures on wavelets.* — Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992. 352 p.)
7. Доценко А. В. Автоматический синтез непрерывной динамической системы стабилизации на основе искусственных нейронных сетей // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение, 2020. № 3(132). С. 66–83. doi: 10.18698/0236-3933-2020-3-66-83. EDN: ADEEYU.
8. Li S., Huang H., Lu W. A neural networks based method for multivariate time-series forecasting // IEEE Access, 2021. Vol. 9. P. 63915–63924. doi: 10.1109/access.2021.3075063.
9. Musavi N., Sun D., Mitra S., Dullerud G. E., Shakkottai S. HyHooVer: Verification and parameter synthesis in stochastic systems with hybrid state space using optimistic optimization // IEEE Open J. Control Systems, 2023. Vol. 2. P. 263–276. doi: 10.1109/ojcsys.2023.3299152. EDN: NXBJJR.

10. Чернышев Л. С. Идентификация нейросетевой модели технической системы или процесса с целью синтеза оптимального управления // Технологии электромагнитной совместимости, 2023. № 2(85). С. 74–78. EDN: UVOUMK.
11. Chen Z., Ma W. A Bayesian approach to data-driven multi-stage stochastic optimization // J. Global Optim., 2024. Vol. 90. P. 401–428. doi: 10.1007/s10898-024-01410-3. EDN: WPGMYA.
12. Бирюков И. Д. Совместный квазиоптимальный алгоритм обработки радиосигналов источников радиоизлучения авиационным средством радиотехнического наблюдения // Вестник РАЕН, 2024. Т. 24. № 3. С. 48–58. doi: 10.52531/1682-1696-2024-24-3-48-58. EDN: FVQSXJ.
13. Zhu B., Karimi H. R., Zhang L., Zhao X. Neural network-based adaptive reinforcement learning for optimized backstepping tracking control of nonlinear systems with input delay // Appl. Intell., 2025. Vol. 55. No. 2. Art. 129. 16 p. doi: 10.1007/s10489-024-05932-x. EDN: NFOEVA.
14. Синицын И. Н., Синицын В. И., Корепанов Э. Р., Конашенкова Т. Д. Моделирование нестационарного стохастического процесса посредством его канонического разложения на основе вейвлет-нейронной сети // Системы и средства информатики, 2024. Т. 34. № 2. С. 21–39. doi: 10.14357/08696527240202. EDN: YFHFJN.
15. Синицын И. Н., Синицын В. И., Корепанов Э. Р., Конашенкова Т. Д. Алгоритм моделирования векторного стохастического процесса посредством его канонического разложения на основе многослойной вейвлет-нейронной сети // Системы и средства информатики, 2025. Т. 35. № 2. С. 17–30. doi: 10.14357/08696527250202. EDN: TFDTXJ.
16. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс / Пер. с англ. — 2-е изд. — СПб.: Диалектика, 2020. 1104 с. (Haykin S. Neural networks. A comprehensive foundation. — 2nd ed. — Prentice-Hall of India Pvt. Ltd., 1999. 842 p.)
17. Терехов С. А. Вейвлеты и нейронные сети // Научная сессия МИФИ: III Всерос. научн.-техн. конф. «Нейроинформатика»: лекции по нейроинформатике. — М.: МИФИ, 2001. С. 142–181.
18. Veitch D. Wavelet neural networks and their application in the study of dynamical system // Networks, 2005. Vol. 1. No. 8. P. 313–320.

Поступила в редакцию 24.12.2025

Принята к публикации 15.03.2026

---

---

## WAVELET NEURAL NETWORKS BAYES SYNTHESIS OF MULTIDIMENSIONAL NONLINEAR STOCHASTIC SYSTEMS

*I. N. Sinitsyn, V. I. Sinitsyn, E. R. Korepanov, and T. D. Konashenkova*

Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

**Abstract:** New methodological tools of optimal synthesis of multidimensional linear stochastic system (StS) on Bayes criterion (BC) are based on quantitative estimate of output stochastic process (StP). Nonlinear StS is described by

Pugachev equation for input and output StP. Input StP contains useful signal and random additive multidimensional normal noise with zero mathematical expectation and known matrix of covariance functions. Random noise does not depend upon vector of random parameters of useful signal. Distribution of random vector parameters is known. After a short survey, the model of BC optimal estimate of output StP is constructed on the basis of wavelet canonical expansion (CE) of random noise and wavelet CE of input StP. To find unknown parameters in optimal output StP, an estimate architecture of multilayer wavelet neural networks (WNN) is developed. The WNN training algorithm for inverse error prevalence by the method of steepest descent is used. Formulae for mathematical expectation, second initial probabilistic moment, and error covariance matrix of BC optimal estimate of output StP are obtained. Numerical experiments with cubic two-dimensional StS illustrate WNN preference with wavelet CE.

**Keywords:** Bayes criterion; canonical expansion; modeling; loss function; optimal estimate; stochastic process; stochastic system; wavelet; wavelet-neural network

**DOI:** 10.14357/08696527260102

**EDN:** GZQRDK

## Acknowledgments

The research was carried out using the infrastructure of the Shared Research Facilities “High Performance Computing and Big Data” (CKP “Informatics”) of FRC CSC RAS (Moscow).

## References

1. Pugachev, V. S. 1965. *Theory of random functions and its application to control problems*. Oxford: Pergamon Press. 852 p.
2. Sinitsyn, I. N. 2023. Kanonicheskie predstavleniya sluchaynykh funktsiy. Teoriya i primeneniya [Canonical expansions of random functions. Theory and applications]. 2nd ed. Moscow: TORUS PRESS. 816 p.
3. Sinitsyn, I. N., V. I. Sinitsyn, E. R. Korepanov, and T. D. Konashenkova. 2024. Beyesov sintez mnogomernoy stokhasticheskoy sistemy vysokoy dostupnosti metodom veyvlet kanonicheskikh razlozheniy [Bayesian synthesis of multidimensional stochastic system with high availability by the method of wavelet canonical expansions]. *Sistemy vysokoy dostupnosti* [Highly Availability Systems] 20(1):55–66. doi: 10.18127/j20729472-202401-06. EDN: OMIDZW.
4. Sinitsyn, I. N., V. I. Sinitsyn, E. R. Korepanov, and T. D. Konashenkova. 2024. Neyrosetevoy sintez optimal'noy lineynoy stokhasticheskoy sistemy po kriteriyu minimuma srednekvadratichnoy oshibki [Neural network synthesis of an optimal linear stochastic system according to the criterion of minimum mean square error]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 34(3):87–108. doi: 10.14357/08696527240307. EDN: FVQWBN.
5. Sinitsyn, I. N., V. I. Sinitsyn, E. R. Korepanov, and T. D. Konashenkova. 2025. Neyrosetevoy bayesovskiy sintez mnogomernoy lineynoy stokhasticheskoy sistemy [Neural networks Bayes synthesis of multidimensional linear stochastic system]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 35(3):33–53. doi: 10.14357/08696527250303. EDN: SUNQAL.

6. Daubechies, I. 1992. *Ten lectures on wavelets*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics. 352 p.
7. Dotsenko, A. V. 2020. Avtomaticheskiiy sintez nepreryvnoy dinamicheskoy sistemy stabilizatsii na osnove iskusstvennykh neyronnykh setey [Automatic synthesis of a continuous dynamic stabilization system based on artificial neural networks]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N. E. Baumana. Ser. Priborostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Instrument Engineering] 3(132):66–83. doi: 10.18698/0236-3933-2020-3-66-83. EDN: ADEEYU.
8. Li, S., H. Huang, and W. Lu. 2021. A neural networks based method for multivariate time-series forecasting. *IEEE Access* 9:63915–63924. doi: 10.1109/access.2021.3075063. EDN: IKAPFN.
9. Musavi, N., D. Sun, S. Mitra, G. E. Dullerud, and S. Shakkottai. 2023. Hy-HooVer: Verification and parameter synthesis in stochastic systems with hybrid state space using optimistic optimization. *IEEE Open J. Control Systems* 2:263–276. doi: 10.1109/ojcsys.2023.3299152. EDN: NXBJJR.
10. Chernyshev, L. S. 2023. Identifikatsiya neyrosetevoy modeli tekhnicheskoy sistemy ili protsessa s tsel'yu sinteza optimal'nogo upravleniya [Identification of a neural network model of a technical system or process for the purpose of synthesis of optimal control]. *Tekhnologii elektromagnitnoy sovmestimosti* [Electromagnetic Compatibility Technologies] 2(85):74–78. EDN: UVOUMK.
11. Chen, Z., and W. Ma. 2024. A Bayesian approach to data-driven multi-stage stochastic optimization. *J. Global Optim.* 90:401–428. doi: 10.1007/s10898-024-01410-3. EDN: WPGMYA.
12. Biryukov, I. D. 2024. Sovmestnyy kvazioptimal'nyy algoritm obrabotki radiosignalov istochnikov radioizlucheniya aviatsionnym sredstvom radiotekhnicheskogo nablyudeniya [Joint quasi-optimal algorithm for processing radio signals from radio emission sources by an aviation electronic intelligence tool]. *Vestnik RAEN* [Bulletin of the Russian Academy of Natural Sciences] 24(3):48–58. doi: 10.52531/1682-1696-2024-24-3-48-58. EDN: FVQSXJ.
13. Zhu, B., H. R. Karimi, L. Zhang, and X. Zhao. 2025. Neural network-based adaptive reinforcement learning for optimized backstepping tracking control of nonlinear systems with input delay. *Appl. Intell.* 55(2):129. 16 p. doi: 10.1007/s10489-024-05932-x. EDN: NFOEVA.
14. Sinitsyn, I. N., V. I. Sinitsyn, E. R. Korepanov, and T. D. Konashenkova. 2024. Modelirovanie nestatsionarnogo stokhasticheskogo protsessa posredstvom ego kanonicheskogo razlozheniya na osnove veyvlet-neyronnoy seti [Nonstationary stochastic process modeling by canonical expansion and wavelet neural network]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 34(2):21–39. doi: 10.14357/08696527240202. EDN: YFHFIF.
15. Sinitsyn, I. N., V. I. Sinitsyn, E. R. Korepanov, and T. D. Konashenkova. 2025. Algoritm modelirovaniya vektornogo stokhasticheskogo protsessa posredstvom ego kanonicheskogo razlozheniya na osnove mnogoslnoy veyvlet-neyronnoy seti [Modeling algorithms for vector stochastic process by canonical expansions based on multilayer wavelet neural network]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 35(2):17–30. doi: 10.14357/08696527250202. EDN: TFDTXJ.

16. Haykin, S. 1999. *Neural networks. A comprehensive foundation*. 2nd ed. Prentice-Hall of India Pvt. Ltd. 842 p.
17. Terekhov, S. A. 2001. Veyvlety i neyronnye seti [Wavelets and neural networks]. *Nauchnaya sessiya MIFI: III Vseros. nauchn.-tekhn. konf. "Neyroinformatika: lektzii po neyroinformatike* [Scientific session MEPhI: 3rd All-Russian Scientific and Technical Conference "Neuroinformatics": Lectures on neuroinformatics]. Moscow: MIFI. 142–181.
18. Veitch, D. 2005. Wavelet neural networks and their application in the study of dynamical system. *Networks* 1(8):313–320.

*Received December 24, 2025*

*Accepted March 15, 2026*

## **Contributors**

**Sinitsyn Igor N.** (b. 1940) — Doctor of Science in technology, professor, Honored scientist of RF, principal scientist, Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; sinitsin@dol.ru

**Sinitsyn Vladimir I.** (b. 1968) — Doctor of Science in physics and mathematics, principal scientist, Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; vsinitsin@ipiran.ru

**Korepanov Eduard R.** (b. 1966) — Candidate of Science (PhD) in technology, leading scientist, Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; ekorepanov@ipiran.ru

**Konashenkova Tatiana D.** (b. 1964) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, scientist, Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; tkonashenkova64@mail.ru

## АДАПТИВНЫЕ И РОБАСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМ СО СЛУЧАЙНЫМИ ЗАДЕРЖКАМИ НАБЛЮДЕНИЙ: ОСНОВНЫЕ КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ И АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ\*

*С. А. Босов<sup>1</sup>, И. В. Урюпин<sup>2</sup>*

**Аннотация:** Работа мотивирована отдельным классом задач навигации автономных подводных аппаратов (ПА), для которых использование акустических средств измерения сталкивается с их чувствительностью к случайным задержкам поступления данных. На больших расстояниях этот эффект может приводить к существенному росту погрешности оценивания даже при умеренных скоростях движения. Существующая формальная математическая постановка сводится к задаче оценивания состояния стохастических динамических систем со случайными временными задержками наблюдений в условиях неполной априорной информации. Задача практической реализации, на которой сфокусирована статья, сводится к разработке и программной реализации вычислительно эффективных алгоритмов стохастической фильтрации. В качестве базового инструмента используется метод линейных псевдонаблюдений, адаптированный к модели наблюдения со случайной задержкой. В дополнение к ранее рассмотренным постановкам с полной априорной информацией о параметрах модели движения и наблюдения, в статье анализируются типовые для практики случаи неполной информации. Для двух из них — неопределенности точностных характеристик измерений при обнаружении цели и неизвестных распределений ошибок в изменяющихся условиях наблюдений — предложены методики решения практических задач. Алгоритмы описываются в рамках общей цели — сформировать концептуальный подход к построению условно-оптимальных, адаптивных и робастных алгоритмов фильтрации для указанных классов моделей.

**Ключевые слова:** автономные подводные аппараты; навигация; позиционирование; слежение за целью; стохастическая система со случайными временными задержками наблюдений; стохастическая фильтрация; линейные псевдонаблюдения; субоптимальная фильтрация; расширенный фильтр Калмана; условно-минимаксная фильтрация; условно-оптимальное оценивание; сонары

**DOI:** 10.14357/08696527260103

**EDN:** UAFJWU

---

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-21-00550, <https://rscf.ru/project/25-21-00550/>.

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, sbosov@frccsc.ru

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, iuryupin93@yandex.ru

## 1 Введение

Методы стохастической фильтрации давно и успешно применяются в широком спектре технических систем, но особо важны их приложения в задачах навигации [1]. К традиционным источникам навигационных приложений относятся беспилотные летательные аппараты и автономные автомобили; в этом же ряду находятся железнодорожный и морской транспорт, пилотируемая авиация и космические системы [2–4]. Автономные ПА — сравнительно новое, но не менее актуальное направление в этом классе задач. Повышенный интерес к данной области в последние годы обусловлен расширением сфер практического применения подводных робототехнических средств и возрастанием требований к точности и устойчивости их навигационного обеспечения [5, 6].

Задачи навигации ПА как приложения для фильтрации обладают характерными особенностями по сравнению с задачами для наземных и воздушных объектов. Это касается как условий движения в водной среде, так и свойств используемых измерительных средств [7, 8]. Если не учитывать типовые инерциальные датчики, функционирующие на борту ПА, то внешние наблюдения в подавляющем большинстве случаев основаны на использовании акустического сигнала, т. е. реализуются сонаром. В отличие от наземных и воздушных систем, где широко применяются средства на основе электромагнитного излучения, акустические сенсоры работают в среде с существенно меньшей скоростью распространения сигнала. В результате временная задержка поступления измерительной информации становится значимым фактором, влияющим на точность оценивания состояния наблюдаемого объекта. Временные задержки при получении акустического сигнала на расстояниях порядка нескольких километров становятся сопоставимы с характерными временами изменения состояния наблюдаемого движущегося объекта и не могут быть проигнорированы при построении алгоритмов оценивания.

Формально определение положения для навигации ПА сводится к оцениванию состояния стохастической динамической системы при наличии случайных временных задержек наблюдений. Фактор задержек не препятствует применению теории оптимальной стохастической фильтрации и байесовской идентификации. Однако практическая реализация оптимальных схем сопряжена с чрезвычайно высокими вычислительными затратами. Таким образом, для практической реализации нужно выбирать и адаптировать субоптимальные фильтры.

Дополнительную сложность представляет наличие априорной неопределенности относительно параметров модели движения и наблюдения. Предположение о полной априорной информации, используемое в ряде известных решений, в практических задачах навигации, как правило, не выполняется. Неопределенности могут быть обусловлены различными факторами, среди которых неточность характеристик измерений при первичном обнаружении объекта, изменяющиеся распределения ошибок, отказы отдельных каналов наблюдения и смена модели измерений. Перечисленные факторы не исчерпывают возможных источников не-

определенности, однако уже они демонстрируют актуальность комплексного подхода к задаче построения вычислительно реализуемых адаптивных и робастных алгоритмов фильтрации для стохастических систем со случайными временными задержками наблюдений при неполной априорной информации.

Для двух из перечисленных четырех факторов неопределенности в статье предлагаются варианты решения типовой задачи навигации — определение положения движущегося ПА по наблюдениям нескольких территориально удаленных наблюдательных комплексов. Состояние исследуемой темы кратко обсуждается в следующем разделе. Далее описывается модель системы наблюдения и базовый алгоритм — расширенный фильтр Калмана (РФК) по методу линейных псевдонаблюдений. В основном разделе детально рассмотрены выбранные виды неопределенности и предлагаются методы решения. За рамками статьи остались модели, описывающие сбои и аномалии измерительных каналов, и выход объекта из зоны контроля, которые предполагается изучать в будущем.

## **2 Современное состояние исследований**

Необходимость учета случайной временной задержки при исследовании движения ПА давно отмечалась в работах, посвященных особенностям водной среды и акустических измерений. Однако до недавнего времени отсутствовала формализованная постановка соответствующей задачи. Впервые модель стохастической системы со случайными временными задержками измерений представлена в [9, 10], в работах [11, 12] она расширена на задачу идентификации неизвестных параметров модели движения, а в [13] получены соотношения оптимальной байесовской фильтрации.

Наличие формальной модели позволяет рассматривать возможность применения различных субоптимальных методов фильтрации, включая РФК [14], фильтры частиц [15], сигма-точечные методы [16], а также условно-оптимальные и минимаксные фильтры [17, 18]. Однако при применении к моделям со случайными временными задержками универсальные методы демонстрируют существенные ограничения. Субоптимальные алгоритмы характеризуются склонностью к расходимости оценок, тогда как оптимальные байесовские методы оказываются вычислительно крайне затратными. Попытки адаптации к временным задержкам более сложных модификаций фильтра Калмана, направленных на уменьшение смещения, учет корреляций ошибок или адаптацию к неизвестным параметрам, также не приводят к устойчивым результатам без существенной переработки алгоритмической структуры. Итерационные модификации РФК [19], усовершенствованные итерационные процедуры [20], а также обобщенный итеративный РФК для систем с коррелированными ошибками измерений [21] демонстрируют эффективность в ряде задач нелинейной фильтрации, однако их применение в системах со случайными временными задержками требует принципиальных доработок.

К настоящему времени успешные решения задач для систем со случайными задержками наблюдений связаны с применением метода фильтрации линейных псевдонаблюдений. Данный метод занимает промежуточное положение между универсальными подходами, применимыми к произвольным моделям, и специализированными методами, ориентированными на строго определенный тип измерений. Несмотря на универсальность основной идеи, практическая реализация метода предполагает его применение к конкретным видам наблюдений с предварительной их линеаризацией. В задачах подводной навигации при разнообразии сенсорных систем измерительная информация имеет относительно однородный характер и представлена, как правило, углами направлений и расстояниями [22]. Измерения скорости также используются, однако они по своей природе допускают более простую линеаризацию.

Идея псевдонаблюдений известна достаточно давно и может рассматриваться как естественное развитие РФК [14]. Расширенный фильтр воспроизводит структуру линейного фильтра Калмана [23], оптимального в задаче оценивания состояния линейно-гауссовской системы наблюдения. Классический линейный фильтр обладает рядом важных свойств в задачах робастного и адаптивного оценивания и управления, что объясняет устойчивый интерес к методам калмановской структуры. Следование структуре линейного фильтра предполагает процедуру линеаризации. В случае РФК линеаризация выполняется в окрестности прогноза состояния и используется для получения эвристических оценок ковариаций прогноза и фильтрации. Качество оценивания при применении РФК существенно зависит от адекватности такой линеаризации. Положительный результат достигается не во всех постановках, а в неблагоприятных условиях возможна значительная деградация оценок вплоть до расходимости фильтра. Именно проблема расходимости лежит в основе большинства работ по совершенствованию РФК. Постановки изучались разные. В [24] исследована модель плоского движения и предложены способы борьбы именно с расходимостью. Работа [25] посвящена аналогичной проблематике в задаче одновременной локализации и картографирования. Существенный вклад в анализ свойств оценки РФК для байесовской идентификации параметров внесен в [26], однако дальнейшего развития, тем более для систем с задержками, эта линия исследований не получила. При этом в последующих исследованиях продолжало фиксироваться неустойчивое поведение РФК в различных приложениях [27, 28].

Несмотря на указанные трудности, воспроизведение структуры линейного фильтра Калмана остается привлекательным направлением исследований. Альтернативный подход заключается не в модификации универсального фильтра, а в преобразовании конкретной модели наблюдения таким образом, чтобы она приобрела форму, близкую к линейной. Такой подход реализуется в методе линейных псевдонаблюдений. Возможность формирования линейных псевдонаблюдений для угловых измерений впервые продемонстрирована в [29], хотя сами модели слежения по результатам пеленга рассматривались ранее. Первоначальные исследования были ограничены простыми моделями движения и не-

большими вычислительными экспериментами. В последующих работах основное внимание уделялось проблеме смещения оценок, характерной для субоптимальных фильтров [30–33]. Возвращение к идее псевдонаблюдений на современном уровне выполнено в [34], где проведено сравнение с альтернативными методами фильтрации. Однако существенного изменения модели наблюдения при этом не произошло: движение оставалось плоским, а преобразование углового измерения осуществлялось через функцию тангенса. Новый этап развития метода связан с серией работ, начатой в [35], где предложено использовать преобразование угловых измерений через их тангенс, что позволило формировать линейные псевдонаблюдения в моделях с двумя углами (азимут и угол возвышения) и дальностью. Данный подход был распространен на радиоэлектронные и акустические сенсоры [36–39], а также на данные визуальной одометрии [40, 41]. Именно эта методика лежит в основе решений задач навигации в [9–12] в сочетании с методом условно-оптимальной (минимаксной) фильтрации [17, 18].

### 3 Система наблюдения и базовый алгоритм

Решаемая навигационная задача состоит в оценивании положения ПА  $\mathcal{A}$ , заданного вектором  $X_t \in \mathbb{R}^{p_x}$ , по наблюдениям  $y_t \in \mathbb{R}^{q_y}$ . Можно считать, что вектор состояния системы  $X_t = (X(t), Y(t), Z(t))'$ , т. е.  $p_x = 3$ , и локализация заключается в определении точки в трехмерном пространстве. В более сложных задачах вектор  $X_t$  может расширяться, например вектором скорости и/или неизвестными параметрами модели движения. Оценивание  $X_t$  начинается в момент времени  $t = 0$  и выполняется в дискретные моменты времени  $1, 2, \dots, t, \dots$ , отвечающие разбиению интервала наблюдения с шагом  $\delta$  с. Детектируемое начальное положение ПА формально описывается случайным вектором  $X_0 = (X(0), Y(0), Z(0))'$ , информация о котором появляется в связи с поступлением измерения  $y_0$  (предполагается, что ранее измерений не было). Однако если учитывать временную задержку, то надо соотносить измерение  $y_0$  с положением  $X_{-\tau_0}$  в неизвестный и более ранний момент  $-\tau_0 < 0$ . Задержка  $\tau_0$  создается сонаром и равна времени, нужному для передачи сигнала  $y_0$  между  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{M}$ . Поэтому формально предполагается, что движение ПА начато раньше  $t = 0$  и описывается состояниями  $X_{-1}, X_{-1}, \dots, X_{-T}$ . Самое «старое» положение задается для фиксированного момента  $T$ , наступившего за  $\delta T$  [с] до начала оценивания  $t = 0$ . Это время легко оценить, зная предельную дальность, на которой может быть обнаружен ПА. Формальное начальное состояние модели, таким образом, определяется вектором  $X_{-T-1} = \eta$ . Предполагается, что  $\eta$  имеет известное распределение со средним  $m_\eta$  и ковариацией  $D_\eta$ .

В динамике временная задержка  $\tau_t$  в поступлении измерений является функцией состояния  $X_t$ , а именно:

$$\tau_t = \frac{\sqrt{(X(t) - X_{\mathcal{M}})^2 + (Y(t) - Y_{\mathcal{M}})^2 + (Z(t) - Z_{\mathcal{M}})^2}}{\delta v_s}, \quad (1)$$

где  $(X_M, Y_M, Z_M)$  — координаты наблюдателя;  $v_s = 5400$  км/ч (1500 м/с) — скорость звука под водой.

Далее надо учесть, что наблюдателей может быть несколько, они расположены на разных расстояния до ПА и, следовательно, имеют разные временные задержки в поступлении наблюдений. В итоге приходим к следующей модели системы наблюдения:

$$\left. \begin{aligned} X_t &= \Phi_t^{(1)}(X_{t-1}) + \Phi_t^{(2)}(X_{t-1})W_t; \\ y_t^{(i)} &= \psi_t^{(i,1)}\left(X_{t-\tau_t^{(i)}}\right) + \psi_t^{(i,2)}\left(X_{t-\tau_t^{(i)}}\right)v_t^{(i)}, \quad i = \overline{1, q}, \\ t &= -T, -T + 1, \dots, 0, 1, \dots, X_{-T-1} = \eta, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\Phi_t^{(1)}$ ,  $\Phi_t^{(2)}$ ,  $\psi_t^{(i,1)}$  и  $\psi_t^{(i,2)}$  — заданные функции; возмущения  $W_t \in \mathbb{R}^{pw}$  и ошибки измерений  $v_t^{(i)} \in \mathbb{R}^{qv^{(i)}}$  — независимые дискретные белые шумы второго порядка;  $\eta$ ,  $W_t$  и  $v_t^{(i)}$  независимы в совокупности. Соответствующие математические ожидания и ковариация обозначаются  $m_W(t)$ ,  $D_W(t)$  и  $m_v^{(i)}(t)$ ,  $D_v^{(i)}(t)$ . Отличие от типовых систем наблюдения здесь в том, что явно выделены  $q$  разных наблюдателей (они пронумерованы  $i = \overline{1, q}$ ), возможно, каждый со своим набором измерений, но, главное, со своей временной задержкой  $\tau_t^{(i)}$  (каждая вычисляется согласно (1), где берутся координаты  $i$ -го наблюдателя). Для аккуратности надо добавить, что равенство в (1) понимается с учетом округления для обеспечения целых значений  $\tau_t$ .

Для оценивания  $X_t$  по наблюдениям  $y_t^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, q}$ , будем использовать РФК и метод линейных псевдонаблюдений [42, 43]. Согласно ему вместо «истинных» наблюдений в модель (2) добавляются специальным образом сформированные псевдонаблюдения, описываемые уравнениями вида

$$Y_t^{(i)} = \Psi_t^{(i,1)}\left(y_t^{(i)}\right)X_{t-\tilde{\tau}_t^{(i)}} + \Psi_t^{(i,2)}\left(X_{t-\tilde{\tau}_t^{(i)}}, y_t^{(i)}\right)V_t^{(i)}. \quad (3)$$

Смысл этих величин состоит в том, что измерительная функция линейна по  $X_t$ : если в (3) измеряется  $\Psi_t^{(i,1)}(y_t^{(i)})X_{t-\tilde{\tau}_t^{(i)}}$ , то в (2) — это общая форма  $\psi_t^{(i,1)}(X_{t-\tilde{\tau}_t^{(i)}})$ . При этом задержка  $\tilde{\tau}_t^{(i)} = \tilde{\tau}_t^{(i)}(y_t)$  представляет собой простую оценку  $\tau_t^{(i)}$ , а именно:

$$\tilde{\tau}_t^{(i)} = \min \left\{ T, \left\lceil \frac{y_{r_t}^{(i)}}{\delta v_s} \right\rceil \right\}.$$

Здесь для временной задержки и в целом для псевдонаблюдений использованы обозначения:  $y_{\varphi_t}^{(i)}$ ,  $y_{\lambda_t}^{(i)}$  и  $y_{r_t}^{(i)}$  — измерения пеленга  $\varphi$ , угла возвышения  $\lambda$  и дальности  $r$  для  $i$ -го наблюдателя (см. рисунок). Именно для этих величин в [42, 43] предложены конкретные аппроксимации, приводящие к модели (3):

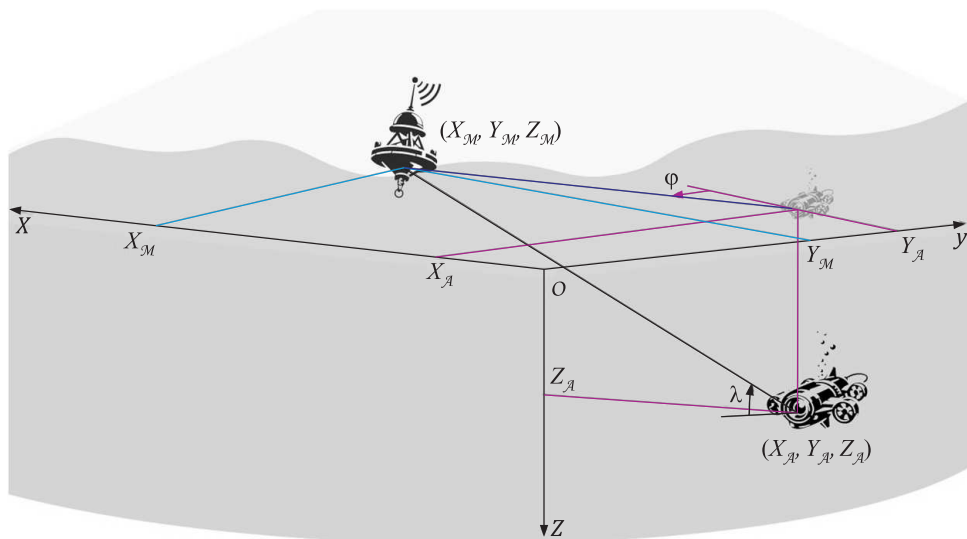


Схема работы наблюдателя

$$\left. \begin{aligned} Y_{\varphi_t}^{(i)} &= -Y_M^{(i)} y_{\varphi}^{\cos} + X_M^{(i)} y_{\varphi}^{\sin}; \\ Y_{\lambda_t}^{(i)} &= -y_{\varphi}^{\cos} y_{\lambda}^{\cos} Z_M^{(i)} + y_{\lambda}^{\sin} X_M^{(i)}; \\ Y_{r_t}^{(i)} &= Z_M^{(i)} + y_{r_t}^{(i)} y_{\lambda}^{\sin}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $y_{\varphi}^{\sin} = \sin(y_{\varphi_t}^{(i)})$ ;  $y_{\varphi}^{\cos} = \cos(y_{\varphi_t}^{(i)})$ ;  $y_{\lambda}^{\sin} = \sin(y_{\lambda_t}^{(i)})$ ;  $y_{\lambda}^{\cos} = \cos(y_{\lambda_t}^{(i)})$ .

Вычисленные из «истинных» измерений  $y_{\varphi_t}^{(i)}$ ,  $y_{\lambda_t}^{(i)}$  и  $y_{r_t}^{(i)}$  по формулам (4) псевдонаблюдения  $Y_{\varphi_t}^{(i)}$ ,  $Y_{\lambda_t}^{(i)}$  и  $Y_{r_t}^{(i)}$  при широких предположениях можно аппроксимировать следующим образом [42, 43]:

$$\begin{pmatrix} Y_{\varphi_t}^{(i)} \\ Y_{\lambda_t}^{(i)} \\ Y_{r_t}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{\varphi}^{\sin} & -y_{\varphi}^{\cos} & 0 \\ y_{\lambda}^{\sin} & 0 & -y_{\varphi}^{\cos} y_{\lambda}^{\cos} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X_{t-\tilde{r}_t^{(i)}} + \begin{pmatrix} X_M^{(i)} - X(t) & Y(t) - Y_M^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (Z(t) - Z_M^{(i)}) y_{\lambda}^{\cos} & X_M^{(i)} - X(t) & (Z(t) - Z_M^{(i)}) y_{\varphi}^{\cos} & 0 \\ 0 & 0 & y_{r_t}^{(i)} & 0 & y_{\lambda}^{\sin} \end{pmatrix} V, \quad (5)$$

где  $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)'$  состоит из независимых центрированных гауссовских величин;  $E\{v_1^2\} = E\{v_2^2\} - \sigma_\varphi^2$ ;  $E\{v_3^2\} = E\{v_4^2\} = \sigma_\lambda^2$ ;  $E\{v_r^2\} = \sigma_r^2$ ;  $\sigma_\varphi$ ,  $\sigma_\lambda$  и  $\sigma_r$  — стандартные отклонения при измерении пеленга  $\varphi$ , угла возвышения  $\lambda$  и дальности  $r$  для  $i$ -го наблюдателя.

Теперь, если использовать (3) вместо «истинных» измерений в (2), имея в виду, что функции  $\Psi_t^{(i,1)}$  и  $\Psi_t^{(i,2)}$  определены соотношением (5), и применить классический РФК, адаптированный под временные задержки, то получатся соотношения [42, 43]:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{X}_t &= \Phi_t^{(1)} (\hat{X}_{t-1}) + \Phi_t^{(2)} (\hat{X}_{t-1}) m_W(t); \\ \tilde{K}_t &= \tilde{\Phi}_t^{(1)} \hat{K}_{t-1} (\tilde{\Phi}_t^{(1)})' + \tilde{\Phi}_t^{(2)} D_W(t) (\tilde{\Phi}_t^{(2)})' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{X}_t &= \tilde{X}_t + K_t \Delta \tilde{Y}_t; \\ K_t &= \tilde{K}_t (\Psi_t^{(1)}) \left( \Psi_t^{(1)} \tilde{K}_t (\Psi_t^{(1)})' + \tilde{\Psi}_t^{(2)} D_V(t) (\tilde{\Psi}_t^{(2)})' \right)^{-1}; \\ \Delta \tilde{Y}_t &= (Y_t^{(1)} - \Psi_t^{(1,1)}(y_t) \tilde{X}_{t-\tilde{\tau}_t^{(1)}}), \dots, (Y_t^{(q)} - \Psi_t^{(q,1)}(y_t) \tilde{X}_{t-\tilde{\tau}_t^{(q)}}); \\ \Psi_t^{(1)} &= \begin{pmatrix} \Psi_t^{(1,1)}(y_t) \\ \vdots \\ \Psi_t^{(q,1)}(y_t) \end{pmatrix}; \\ \tilde{\Psi}_t^{(2)} &= \text{diag} \left\{ \Psi_t^{(1,2)}(\tilde{X}_{t-\tilde{\tau}_t^{(1)}}, y_t), \dots, \Psi_t^{(q,2)}(\tilde{X}_{t-\tilde{\tau}_t^{(1)}}, y_t) \right\}; \\ \tilde{\Phi}_t^{(1)} &= \left. \frac{\partial \Phi_t^{(1)}(X)}{\partial X} \right|_{X=\tilde{X}_t}; \\ \tilde{\Phi}_t^{(2)} &= \Phi_t^{(2)}(\tilde{X}_t); \\ \tilde{K}_t &= \hat{K}_t - K_t \Psi_t^{(1)} \hat{K}_t. \end{aligned}$$

Фильтр (6) — это комбинация классических РФК, примененных к модели (2), (3), к каждому из  $q$  наблюдателей, скорректированному согласно своей временной задержке на свою оценку  $\tilde{\tau}_t^{(i)}$ .

Далее, предполагая этот алгоритм основным инструментом решения задачи оценки положения ПА, рассмотрим две (из четырех сформулированных) критических позиций, в которых его работа оказывается неудовлетворительной, а точнее, в которых предположения о модели слишком жесткими и легко нарушаемыми на практике.

## 4 Дополнительные неопределенности модели наблюдения

### 4.1 Этап обнаружении цели

Алгоритму фильтрации (6) нужны начальные условия. Их можно получить из модели движения (2), т. е. из условия  $X_{-T-1} = \eta$ . Однако первое наблюдение  $y_0$  не является измерением положения  $X_{-T-1}$ , как имело бы место в типовой задаче фильтрации без временных задержек. В обычной задаче начальные условия давали бы моменты  $\eta$ :  $\hat{X}_{-1} = m_\eta$ ,  $\hat{K}_{-1} = D_\eta$ , откуда единственный нужный прогноз и его эвристическая ковариация —  $\tilde{X}_0$ ,  $\tilde{K}_0$ . Но алгоритму (6) для работы с первым наблюдением  $y_0$  может потребоваться любой из прогнозов  $\tilde{X}_{t-\tau}$ ,  $\tilde{K}_{t-\tau}$ ,  $\tau = \overline{0, T}$ , потому что такие значения могут принимать оценки  $\tilde{\tau}_t^{(i)}$  задержек для  $i = \overline{1, q}$  наблюдателей. Формально получить нужные величины можно из  $m_\eta$  и  $D_\eta$  в силу системы (2):

$$\begin{aligned} \tilde{X}_t &= \Phi_t^{(1)} \left( \tilde{X}_{t-1} \right) + \Phi_t^{(2)} \left( \tilde{X}_{t-1} \right) m_W(t), & \tilde{X}_{-T-1} &= m_\eta; \\ \tilde{K}_t &= \tilde{\Phi}_t^{(1)} \tilde{K}_{t-1} \left( \tilde{\Phi}_t^{(1)} \right)' + \tilde{\Phi}_t^{(2)} D_W(t) \left( \tilde{\Phi}_t^{(2)} \right)', & \tilde{K}_{-T-1} &= D_\eta. \end{aligned}$$

Именно так следует интерпретировать начальный этап алгоритма (6). И к этому этапу есть два вопроса:

- (1) Могут ли быть предъявлены какие-либо объективные основания для формирования более-менее точного начального условия  $\eta$ ?
- (2) Можно ли надеяться, что грубые оценки начального положения будут компенсированы алгоритмом РФК по мере накопления измерений?

На оба вопроса ответ — нет. Предсказать статистически точку контролируемого пространства, в которой появится движущийся объект, нельзя. В противном случае — зачем контролировать всю область? Расширенный фильтр Калмана склонен к расходимости, и, хотя метод псевдонаблюдений делает его существенно стабильнее, чувствительность к начальному распределению остается слабым местом [44].

Решение проблемы начального этапа подсказывает класс методов, давно применяемых для решения статических навигационных задач. Например, это известная технология длинной базы (Long Baseline, LBL). В самом простом варианте LBL предполагает, что есть подготовленная инфраструктура из нескольких хорошо расставленных, точно позиционированных транспондеров, измеряющих дальность до ПА. Получается несколько точных наблюдений, из которых чисто геометрически можно определить без фильтрации положение настолько точно, что больше не требуется из практических соображений [45]. В рассматриваемой задаче можно применить точно такой же подход. Например, для наблюдения  $y_0$

можно сформировать следующие разности для каждого измерения пеленга, угла возвышения и дальности:

$$\begin{aligned} y_\varphi &= \varphi + v_\varphi - \left( y_\varphi - \arctan \frac{Y_A - Y_M}{X_A - X_M} \right); \\ y_\lambda &= \varphi + v_\lambda - \left( y_\lambda - \arctan \frac{Z_A - Z_M}{|X_A - X_M|} \cos \arctg \frac{Y_A - Y_M}{X_A - X_M} \right); \\ y_r &= r + v_r - \left( y_r - \sqrt{(X_A - X_M)^2 + ((Y_A - Y_M)^2 + (Z_A - Z_M)^2)} \right), \end{aligned}$$

где  $y_\varphi$ ,  $y_\lambda$  и  $y_r$  — измерения одного наблюдателя из состава вектора  $y_0$ ;  $(X_M, Y_M, Z_M)$  — координаты этого наблюдателя;  $(X_A, Y_A, Z_A)$  — оценка положения ПА в момент  $t = -\tilde{\tau}_t^{(i)}$ , выраженная через искомую оценку текущего положения ПА  $\hat{X}_0$ . Напомним, что  $\tilde{\tau}_t^{(i)}$  вычисляется через поступившее измерение  $\tilde{\tau}_t^{(i)} = \min\{T, [y_r/(\delta v_s)]\}$ . Оценки же положения вычисляются из (2) обратным пересчетом, например  $\hat{X}_{-\tilde{\tau}_t^{(i)}} = \hat{X}_0 - \tilde{\tau}_t^{(i)} \hat{V}_X$ .

Здесь сделан еще один шаг: вместо модели движения (2) предполагается, что ПА (только здесь и только на небольшом начальном этапе  $t = -T, -T + 1, \dots, 0$ ) движется с постоянной средней скоростью  $V = (V_X, V_Y, V_Z)'$ , а оценки элементов этого вектора  $\hat{V} = (\hat{V}_X, \hat{V}_Y, \hat{V}_Z)'$  вычисляются вместе с оценками  $\hat{X}_0, \hat{X}_1, \dots, \hat{X}_{T-1}$ . Для одной точки и одного наблюдения  $y_0$  содержательную оценку скорости  $\hat{V}(0)$  вычислить, конечно, нельзя, и единственное решение  $\hat{V}(0) = E\{V\}$ . Но уже для двух–трех наблюдений будут формироваться несколько разностей, относящихся к разным моментам времени, так что оценивание  $\hat{V}(1), \hat{V}(2), \dots$  уже имеет смысл. Для этого из полученных разностей на каждом шаге надо формировать целевой функционал, например сумму квадратов (метод наименьших квадратов) или сумму модулей (метод наименьших модулей), и минимизировать его, вычисляя  $\hat{X}(t)$  и  $\hat{V}(t)$  по наблюдению  $y_t$ . При больших  $T$  потребуются ограничиваться конечным отрезком, т. е. включать только разности для  $S < T$  моментов времени. Также возможно дополнительно взвешивать слагаемые, чтобы отдавать преимущество более «свежим» измерениям, отвечающим последним измеренным положениям. Оценки  $\hat{V}$  продолжают вычисляться вместе с оценками  $\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots$  и дальше, и все — вплоть до  $t = T$ , когда в расчет  $\hat{X}_T$  может быть включен РФК (6), гарантированно обеспеченный всеми нужными прогнозами. В этот момент надо положить  $\tilde{X}_t = \hat{X}_t$  для всех  $t = \overline{-T, 0}$ , а точность этих прогнозов предварительно можно рассчитать путем компьютерного моделирования и запомнить.

Отметим, что формально в задачу фильтрации не входит вычисление оценки  $\hat{V}$ . При минимизации целевой функции ее расчет носит технический характер,

а при дальнейшем использовании есть модель (2), и эта оценка может быть не нужна. Однако, если в модели (2) постоянная средняя скорость фигурирует как параметр, описанный начальный этап фильтрации заодно решит вопрос идентификации этого параметра. Этот момент также полезен для РФК, так как и к точности задания параметров даже вариант с линейными псевдонаблюдениями остается чувствительным [44].

## 4.2 Распределения ошибок в изменяющихся условиях наблюдений

В этом подразделе будем говорить о двух видах неопределенностей. Во-первых, о распределениях возмущений  $W_t$  и  $v_t^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, q}$ , в (2). Традиционное предположение об их нормальном распределении, и без того часто подвергаемое критике в условиях движения под водой, приобретает дополнительные краски из-за влияния таких факторов, как изменяющиеся в процессе движения температура, соленость и давление воды [46]. А еще есть течения [47], чья гауссовская природа весьма сомнительна. С другой стороны, особых физических оснований для задания закона распределения возмущений в рассматриваемой задаче нет, так что формально следует считать, что  $W_t$  и  $v_t^{(i)}$  неизвестны. Разумное предположение состоит в том, что априорная информация ограничена знанием вторых моментов. Будем предполагать, что возмущения центрированы (нулевые математические ожидания) и заданы максимальные значения (верхние границы) дисперсий элементов  $W_t$  и  $v_t^{(i)}$ . В этих условиях следовало бы сосредоточить приоритетное внимание на методике обеспечения фильтру робастности, а уже во вторую очередь — на геометрии конкретных измерений. Однако оказалось, что метод линейных псевдонаблюдений уже решил эту задачу сам по себе. Если следовать построению модели псевдонаблюдений в модели с временными задержками [42, 43], то нетрудно увидеть, что линейная модель псевдонаблюдений для измерений пеленга, угла возвышения и дальности основана на простой аппроксимации синусов и косинусов. Например, для пеленга рассуждения таковы. Сначала выделяется линейная часть ряда Тейлора:

$$\begin{aligned} y_\varphi^{\sin} &= \sin(y_\varphi) = \sin(\varphi + v_\varphi) \approx \sin(\varphi) + \cos(\varphi)v_\varphi; \\ y_\varphi^{\cos} &= \cos(y_\varphi) = \cos(\varphi + v_\varphi) \approx \cos(\varphi) - \sin(\varphi)v_\varphi. \end{aligned}$$

Заметим, что выполняются неравенства

$$E\{(\cos(\varphi)v_\varphi)^2\} \leq \sigma_\varphi^2; \quad E\{(\sin(\varphi)v_\varphi)^2\} \leq \sigma_\varphi^2,$$

где  $\sigma_\varphi^2$  — верхняя граница дисперсии ошибки измерения пеленга  $\varphi$ . При этом свойство центрированности сохраняется:

$$E\{\cos(\varphi)v_\varphi\} = E\{\sin(\varphi)v_\varphi\} = 0.$$

Если рассматривать  $y_\varphi^{\sin}$  и  $y_\varphi^{\cos}$  как два независимых элемента псевдонаблюдений, на основе которых необходимо получить оценки для  $\sin(\varphi)$  и  $\cos(\varphi)$  (поскольку сам угол  $\varphi$  иным образом в расчеты не входит), требуется определить корреляцию ошибок  $\cos(\varphi)v_\varphi$  и  $\sin(\varphi)v_\varphi$ , т. е. вычислить  $\text{cov}(\cos(\varphi)v_\varphi, \sin(\varphi)v_\varphi)$ . Для этого необходимо знать распределение  $\varphi$  или его свойства, что равносильно ответу на вопрос о распределении значений пеленга (например, обнаруженной цели) в контролируемом пространстве. Очевидно, что наихудшим сценарием является допущение о произвольном значении пеленга. В этом случае отрицательные и положительные значения пеленга равновероятны, т. е. распределение  $\varphi$  симметрично. Следовательно

$$E\{\cos(\varphi)v_\varphi \sin(\varphi)v_\varphi\} = \frac{1}{2} \sigma_\varphi^2 E\{\sin(2\varphi)\} = 0.$$

Таким образом, в формируемой модели псевдонаблюдений присутствуют два измерения:

$$y_\varphi^{\sin} \approx \sin(\varphi) + v_1; \quad y_\varphi^{\cos} \approx \cos(\varphi) + v_2.$$

Ошибки в этих измерениях являются некоррелированными случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями, ограниченными сверху величиной  $\sigma_\varphi^2$ . Для оценки  $\sin(\varphi)$  и  $\cos(\varphi)$  в модель для  $y_\varphi^{\sin}$  и  $y_\varphi^{\cos}$  следует включить условие наихудшего (с точки зрения качества оценки) распределения  $(v_1, v_2)'$ . Это распределение дает известное минимаксное свойство нормального распределения, максимизирующего дисперсию на классе распределений с известным математическим ожиданием и ограниченной ковариационной матрицей [48]. Следовательно, вне зависимости от априорной информации о распределении ошибки  $v_\varphi$ , модель линейных псевдонаблюдений вместо  $v_\varphi$  предполагает использование  $v_1$  и  $v_2$  как независимых гауссовских случайных величин,  $E\{v_1\} = E\{v_2\} = 0$  и  $E\{v_1^2\} = E\{v_2^2\} = \sigma_\varphi^2$ .

Аналогичные рассуждения для измерений угла возвышения дают еще две гауссовские величины в модели псевдонаблюдений, а для измерения дальности минимаксность гауссовских ошибок получается непосредственно. Так что эти рассуждения снимают вопрос о робастности фильтра в отношении распределений  $W_t$  и  $v_t^{(i)}$ , причем обоих возмущений, потому что изменение значений  $W_t$  — это вопрос про пеленг, угол возвышения и дальность, а для фильтра (6) нужна только ковариация.

Обратим внимание на одно кажущееся противоречие. Раздел был начат с критики предположения нормального распределения для возмущений, а закончен гауссовскими  $v_1$  и  $v_2$ . Это именно кажущееся противоречие, потому что вместо одной ошибки  $v_\varphi$  с неизвестным распределением в модель псевдонаблюдений включены две гауссовские величины, а суммарно для трех измерений в общую модель (5) включен пятимерный гауссовский вектор  $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)'$ .

Теперь обсудим знание дисперсий или их верхних границ. Для выбранного фильтра (6) нужны точные значения функций  $D_W(t)$  и  $D_V(t)$  (теперь можно говорить только о параметрах псевдонаблюдений, т. е. об ошибке  $V_t$ ). Их можно заменить на верхние оценки, ссылаясь на все ту же минимаксность фильтра Калмана [48]. Ясно, что это будет работать, если истинные ковариации и верхние границы близки. А если нет, то результат может быть сколь угодно плохим.

Типичный выход в этой ситуации: поскольку  $D_W(t)$  и  $D_V(t)$  неизвестны и значимы для модели, надо их оценить (правильно говорить в данном контексте об их идентификации как составной части синтеза математической модели (2), здесь уместна та же аналогия с оценкой постоянной средней скорости  $\hat{V}$ ). Поскольку имеется работающий фильтр, то можно непосредственно его использовать для идентификации неизвестных параметров параллельно с собственно фильтрацией состояний, т. е. воспользоваться методологией байесовской идентификации, причем это работает в системах с временными задержками, что показано в [11, 12] на примере идентификации параметра скорости (алгоритм, предложенный в [11, 12] для оценивания  $V$ , существенно сложнее и затратнее фильтра этапа обнаружения цели подразд. 4.1).

Расширим вектор состояния  $X_t = (X(t), Y(t), Z(t))'$  функциями  $D_W(t)$  и  $D_V(t)$ . Формально  $D_W(t)$  имеет размерность  $q \times 3 \times 5$  (см. (5)), а  $D_V(t)$  — размерность  $p_W \times p_W$  (см. (2)). На практике необходимо оценить шесть отклонений:  $\sigma_\varphi$ ,  $\sigma_\lambda$  и  $\sigma_r$  — для трех измерений и  $\sigma_X$ ,  $\sigma_Y$  и  $\sigma_Z$  — для трех независимых возмущений по трем осям. Новый вектор

$$X_t = (X(t), Y(t), Z(t), \sigma_\varphi, \sigma_\lambda, \sigma_r, \sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z)'$$

описывается моделью той же формы (2), но уже без статистической неопределенности с дисперсиями. При этом псевдонаблюдения не меняются, и в алгоритме (6) нужны минимальные по форме изменения, не затрагивающие невязки наблюдений  $\Delta \tilde{Y}_t$ . Именно такой метод использования РФК в задаче идентификации изучался в [26].

Принципиально другой подход, реализующий идею адаптивного оценивания параметров ковариации для возмущений в динамике и шумов в измерениях, предложен в [49] и много лет остается стандартным для решения проблемы неполной априорной информации о параметрах распределения  $W_t$  и  $V_t$ . Для того чтобы сама возможность адаптации имела место, нужно дополнительно предполагать

$$\tilde{\Phi}_t^{(2)} D_W(t) \left( \tilde{\Phi}_t^{(2)} \right)' = D_W; \quad \tilde{\Psi}_t^{(2)} D_V(t) \left( \tilde{\Psi}_t^{(2)} \right)' = D_V,$$

т. е. адаптация фильтра — это оценивание неизвестных постоянных  $D_W$  и  $D_V$ . Принципиальное решение этой задачи, известное как адаптивный фильтр Калмана, основано на эвристических оценках:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\text{cov}}(\Delta\tilde{X}_t, \Delta\tilde{X}_t) &= \tilde{\Phi}_t^{(1)} \hat{K}_{t-1} (\tilde{\Phi}_t^{(1)})' + D_W, \quad \Delta\tilde{X}_t = \hat{X}_t - \tilde{X}_t; \\ \widehat{\text{cov}}(\Delta\tilde{Y}_t, \Delta\tilde{Y}_t) &= \Psi_t^{(1)} \tilde{K}_t (\Psi_t^{(1)})' + D_V, \quad \Delta\tilde{Y}_t = (\Delta Y_t^{(1)}, \dots, \Delta Y_t^{(q)}), \\ \Delta Y_t^{(i)} &= Y_t^{(i)} - \Psi_t^{(i,1)} (y_t^{(i)}) \tilde{X}_{t-\tilde{\tau}_t^{(i)}}. \end{aligned} \right\} (7)$$

Здесь  $\widehat{\text{cov}}$  — это эвристическая оценка ковариации (именно таковы в алгоритме РФК величины  $\tilde{K}_t$  и  $\hat{K}_t$  из (6));  $\Delta\tilde{Y}_t$  — приведенные к временной задержке обычные невязки наблюдений, точнее, разность наблюдения и функции измерителя с прогнозом состояния в соответствующий момент времени;  $\Delta\tilde{X}_t$  — эвристическая ошибка прогноза, в которой вместо истинного значения  $X_t$  подставлена оценка  $\hat{X}_t$ . Оценки  $\hat{D}_W$  и  $\hat{D}_V$  далее — это эвристические аппроксимации, основанные как на эвристиках самого фильтра (7), так и на предположении о близости точного значения состояния  $X_t$  и его оценки  $\hat{X}_t$ . Они получаются заменой  $\widehat{\text{cov}}$  на статистические средние, вычисленные по имеющимся оценкам:

$$\left. \begin{aligned} \hat{D}_W(t) &= \frac{1}{N} \sum_{s=t-N+1}^t (\hat{X}_s - \tilde{X}_s) (\hat{X}_s - \tilde{X}_s)' - \tilde{\Phi}_t^{(1)} \hat{K}_{t-1} (\tilde{\Phi}_t^{(1)})'; \\ \hat{D}_V(t) &= \frac{1}{N} \sum_{s=t-N+1}^t \sum_{i=1}^q \Delta Y_s^{(i)} (\Delta Y_s^{(i)})' - \Psi_t^{(1)} \tilde{K}_t (\Psi_t^{(1)})'. \end{aligned} \right\} (8)$$

Этот самый простой вариант адаптации имеет множество усовершенствований и уточнений, применимых, в том числе, к рассматриваемой задаче [50]. Автокорреляции, взвешенный метод наименьших квадратов, регуляризаторы оценок, скользящие окна и коэффициенты затухания — все эти методики уточнения формул (8) могут дать эффект и в решаемой задаче с временными запаздываниями. Однако на опыте применения условно-минимаксного подхода [9–13] более перспективным представляется дополнение алгоритма (6) условно-минимаксным идентификатором, как это сделано в [11, 12], с той лишь разницей, что вместо байесовской структуры оценки идентификатора в стиле [26] можно использовать (8) как структурные функции оценки и подвергать их условно-оптимальной коррекции.

## 5 Заключение

В статье рассмотрена задача построения адаптивных и робастных алгоритмов оценивания для стохастических динамических систем со случайными временными задержками наблюдений при неполной априорной информации. В качестве базового инструмента выбран метод линейных псевдонаблюдений в сочетании с РФК, адаптированным к модели с задержками. Основной результат статьи носит концептуальный характер. Показано, что в рамках единой структурной

схемы фильтрации можно систематически учитывать различные виды неопределенности, типичные для задач подводной навигации. Для двух из четырех выделенных факторов неопределенности — начального этапа обнаружения цели и неопределенности распределений ошибок — предложены согласованные подходы, основанные на сохранении калмановской структуры алгоритма и преобразовании модели наблюдений.

Рассмотренные решения не сводятся к фиксированным алгоритмам, а представляют собой набор взаимосвязанных методических вариантов, объединенных общей идеей: перенос акцента с усложнения универсального фильтра на структурное преобразование модели и использование минимаксных и адаптивных принципов в рамках единой схемы оценивания. Такой подход позволяет обеспечить вычислительную реализуемость и устойчивость алгоритмов без обращения к громоздким оптимальным байесовским методам. Дальнейшие исследования предполагают количественную оценку предложенных концепций на конкретных моделях движения и наблюдения, а также распространение разработанной методологической рамки на оставшиеся классы неопределенностей, связанные со сбоями измерительных каналов и структурными изменениями моделей движения–наблюдения.

## Литература

1. *Duník J., Biswas S. K., Dempster A. G., Pany T., Closas P.* State estimation methods in navigation: Overview and application // *IEEE Aero. El. Sys. Mag.*, 2020. Vol. 35. No. 12. P. 16–31. doi: 10.1109/MAES.2020.3002001.
2. *Konrad T., Gehrt J. J., Lin J., Zweigel R., Abel D.* Advanced state estimation for navigation of automated vehicles // *Annu. Rev. Control*, 2018. No. 46. P. 181–195. doi: 10.1016/j.arcontrol.2018.09.002.
3. *Wang X., Chen T., Wang R., Lu J., Dou G.* Review of state estimation methods for autonomous ground vehicles: Perspectives on estimation objects, vehicle characteristics, and key algorithms // *Sensors — Basel*, 2025. Vol. 25. No. 13. Art. 3927. 34 p. doi: 10.3390/s25133927.
4. *Wen T., Wang J., Liu L., Cai B., Roberts C.* Train operational state estimation: Technologies, challenges, and future directions // *Fundamental Research*, 2025 (in press). doi: 10.1016/j.fmre.2025.07.012.
5. *Paul L., Saeedi S., Seto M., Li H.* AUV navigation and localization: A review // *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2013. Vol. 39. No. 1. P. 131–149. doi: 10.1109/joe.2013.2278891.
6. *Zhang B., Ji D., Liu S., Zhu X., Xu W.* Autonomous underwater vehicle navigation: A review // *Ocean Eng.*, 2023. Vol. 273. Art. 113861. doi: 10.1016/j.oceaneng.2023.113861.
7. *Hodges R.* Underwater acoustics: Analysis, design and performance of sonar. — New York, NY, USA: Wiley, 2010. 366 p. doi: 10.1002/9780470665244.
8. *Domingos L. C., Santos P. E., Skelton P. S., Brinkworth R. S., Sammut K.* A survey of underwater acoustic data classification methods using deep learning for shoreline

- surveillance // *Sensors* — Basel, 2022. Vol. 22. No. 6. Art. 2181. 30 p. doi: 10.3390/s22062181.
9. Босов А. В. Фильтрация состояния нелинейной динамической системы по наблюдениям со случайными запаздываниями // *Автоматика и телемеханика*, 2023. № 6. С. 49–66. doi: 10.31857/S000523102306003X. EDN: CSDMWT.
  10. Bosov A. Tracking a maneuvering object by indirect observations with random delays // *Drones*, 2023. Vol. 7. No. 7. Art. 468. 17 p. doi: 10.3390/drones7070468.
  11. Босов А. В. Позиционирование и идентификация параметров движения подводного аппарата по наблюдениям со случайными запаздываниями // *Автоматика и телемеханика*, 2024. № 12. С. 23–48. doi: 10.31857/S0005231024120026. EDN: XUMKVA.
  12. Bosov A. Maneuvering object tracking and movement parameters identification by indirect observations with random delays // *Axioms*, 2024. Vol. 13. Art. 668. 17 p. doi: 10.3390/axioms13100668. EDN: AYLLFE.
  13. Босов А. В. Оптимальная фильтрация состояния нелинейной динамической системы по наблюдениям со случайными запаздываниями // *Информатика и её применения*, 2023. Т. 17. Вып. 3. С. 8–17. doi: 10.14357/19922264230302. EDN: CFVYJM.
  14. Friedland B., Bernstein I. Estimation of the state of a nonlinear process in the presence of nongaussian noise and disturbances // *J. Frankl. Inst.*, 1966. Vol. 281. No. 6. P. 455–480. doi: 10.1016/0016-0032(66)90434-0.
  15. Arulampalam S., Maskell S., Gordon N. J., Clapp T. A tutorial on particle filters for on-line nonlinear / non-Gaussian Bayesian tracking // *IEEE T. Signal Proces.*, 2002. Vol. 50. No. 2. P. 174–188. doi: 10.1109/78.978374.
  16. Julier S. J., Uhlmann J. K., Durrant-Whyte H. F. A new approach for filtering nonlinear systems // *American Control Conference Proceedings*. — IEEE, 1995. P. 1628–1632. doi: 10.1109/acc.1995.529783.
  17. Пузачев В. С. Оценивание переменных и параметров в дискретных нелинейных системах // *Автоматика и телемеханика*, 1979. № 4. С. 39–50.
  18. Pankov A. R., Bosov A. V. Conditionally minimax algorithm for nonlinear system state estimation // *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1994. Vol. 39. No. 8. P. 1617–1620. doi: 10.1109/9.310035.
  19. Wishner R. P., Tabaczynski J. A., Athans M. A comparison of three non-linear filters // *Automatica*, 1969. No. 5. P. 487–496. doi: 10.1016/0005-1098(69)90110-1.
  20. Bell B. M., Cathey F. W. The iterated Kalman filter update as a Gauss–Newton method // *IEEE T. Automat. Contr.*, 1993. Vol. 38. No. 2. P. 294–297. doi: 10.1109/9.250476.
  21. Hu X., Bao M., Zhang X.-P., Guan L., Hu Y.-H. Generalized iterated Kalman filter and its performance evaluation // *IEEE T. Signal Proces.*, 2015. Vol. 63. P. 3204–3217. doi: 10.1109/TSP.2015.2423266.
  22. Su X., Ullah I., Liu X., Choi D. A review of underwater localization techniques, algorithms, and challenges // *J. Sensors*, 2020. Vol. 2020. Iss. 1. Art. 6403161. 24 p. doi: 10.1155/2020/6403161.
  23. Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems // *J. Basic Eng.* — T. ASME, 1960. Vol. 82. No. 1. P. 35–45. doi: 10.1115/1.3662552.
  24. Perea L., How J., Breger L., Elosegui P. Nonlinearity in sensor fusion: Divergence issues in EKF, modified truncated GSF, and UKF // *Guidance, Navigation and*

- Control Conference and Exhibit Proceedings. — AIAA, 2007. Art. 2007-6514. 16 p. doi: 10.2514/6.2007-6514.
25. *Huang G. P., Mourikis A. I., Roumeliotis S. I.* Analysis and improvement of the consistency of extended Kalman filter based SLAM // Conference (International) on Robotics and Automation Proceedings. — IEEE, 2008. P. 473–479. doi: 10.1109/ROBOT.2008.4543252.
  26. *Ljung L.* Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems // IEEE T. Automat. Contr., 1979. Vol. 24. No. 1. P. 36–50. doi: 10.1109/tac.1979.1101943.
  27. *Hashemi R., Engell S.* Effect of sampling rate on the divergence of the extended Kalman filter for a continuous polymerization reactor in comparison with particle filtering // IFAC-PapersOnLine, 2016. Vol. 49. No. 7. P. 365–370. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.363.
  28. *Borisov A. V., Bosov A. V., Miller G. B.* Conditionally-minimax nonlinear filtering for continuous-discrete stochastic observation systems: Comparative study in target tracking // 58th Conference on Decision and Control Proceedings. — IEEE, 2019. P. 2586–2591. doi: 10.1109/CDC40024.2019.9029876. EDN: XQMMMT.
  29. *Lingren A., Gong K.* Position and velocity estimation via bearing observations // IEEE T. Aero. Elec. Sys., 1978. Vol. AES-14. No. 4. P. 564–577. doi: 10.1109/TAES.1978.308681.
  30. *Aidala V. J., Nardone S. C.* Biased estimation properties of the pseudolinear tracking filter // IEEE T. Aero. Elec. Sys., 1982. Vol. AES-18. No. 4. P. 432–441. doi: 10.1109/TAES.1982.309250.
  31. *Holtsberg A., Holst J. H.* A nearly unbiased inherently stable bearings-only tracker // IEEE J. Oceanic Eng., 1993. Vol. 18. No. 2. P. 138–141. doi: 10.1109/48.219533.
  32. *Nguyen N. H., Doğançay K.* Improved pseudolinear Kalman filter algorithms for bearings-only target tracking // IEEE T. Signal Proces., 2017. Vol. 65. No. 23. P. 6119–6134. doi: 10.1109/TSP.2017.2749207.
  33. *Bu S., Meng A., Zhou G.* A new pseudolinear filter for bearings-only tracking without requirement of bias compensation // Sensors — Basel, 2021. Vol. 21. No. 16. Art. 5444. 19 p. doi: 10.3390/s21165444.
  34. *Lin X., Kirubarajan T., Bar-Shalom Y., Maskell S.* Comparison of EKF, pseudomeasurement, and particle filters for a bearing-only target tracking problem // Proc. SPIE, 2002. Vol. 4728. P. 240–250. doi: 10.1117/12.478508.
  35. *Амелин К. С., Миллер А. Б.* Алгоритм уточнения местонахождения легкого БПЛА на основе калмановской фильтрации измерений пеленгационного типа // Информационные процессы, 2013. Т. 13. № 4. С. 338–352. EDN: RRRSXT.
  36. *Miller A. B., Miller B. M.* Tracking of the UAV trajectory on the basis of bearing-only observations // 53rd Conference on Decision and Control Proceedings. — IEEE, 2014. P. 4178–4184. doi: 10.1109/cdc.2014.7040040. EDN: UGIFDH.
  37. *Miller A. B., Miller B. M.* Stochastic control of light UAV at landing with the aid of bearing-only observations // Proc. SPIE, 2015. Vol. 9875. Art. 987529. 10 p. doi: 10.1117/12.2228544. EDN: WPKMIR.
  38. *Miller A. B., Miller B. M.* Underwater target tracking using bearing-only measurements // J. Commun. Technol. El., 2018. Vol. 63. No. 6. P. 643–649. doi: 10.1134/s1064226918060207. EDN: YBUDBB.

39. Miller A., Miller B., Miller G. On AUV control with the aid of position estimation algorithms based on acoustic seabed sensing and DOA measurements // *Sensors* — Basel, 2019. Vol. 19. No. 24. Art. 5520. 21 p. doi: 10.3390/s19245520.
40. Karpenko S., Konovalenko I., Miller A., Miller B., Nikolaev D. UAV control on the basis of 3D landmark bearing-only observations // *Sensors* — Basel, 2015. Vol. 15. No. 12. P. 29802–29820. doi: 10.3390/s151229768.
41. Konovalenko I., Kuznetsova E., Miller A., Miller B., Popov A., Shepelev D., Stepanyan K. New approaches to the integration of navigation systems for autonomous unmanned vehicles (UAV) // *Sensors* — Basel, 2018. Vol. 18. No. 9. Art. 3010. 23 p. doi: 10.3390/s18093010. EDN: VBGHZZ.
42. Bosov A. Linear pseudo-measurements filtering for tracking a moving underwater target by observations with random delays // *Sensors* — Basel, 2025. Vol. 25. No. 12. Art. 3757. 22 p. doi: 10.3390/s25123757. EDN: PUQBHW.
43. Босов А. В. Применение фильтра линейных псевдонаблюдений в задачах слежения и позиционирования по наблюдениям со случайными запаздываниями // *Автоматика и телемеханика*, 2025. № 10. С. 81–100. doi: 10.7868/S2413977725100058. EDN: DPHKTW.
44. Босов А. В., Урюпин И. В. Практическое исследование вопроса неустойчивости расширенного фильтра Калмана // *Информатика и её применения*, 2025. Т. 19. Вып. 4. С. 12–25. doi: 10.14357/19922264250402. EDN: BMTYSW.
45. Vickery K. Acoustic positioning systems. New concepts — the future // *Workshop on Autonomous Underwater Vehicles Proceedings*. — Cambridge, MA, USA: IEEE, 1998. P. 103–110. doi: 10.1109/AUV.1998.744445.
46. Christ R. D., Wernli R. L. *The ROV manual: A user guide for remotely operated vehicles*. — 2nd ed. — Oxford, U.K.: Butterworth-Heinemann, 2013. 679 p.
47. Zhu Z., Hu S.-L. J., Li H. Effect on Kalman based underwater tracking due to ocean current uncertainty // *IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles Proceedings*. — IEEE, 2016. P. 131–137. doi: 10.1109/AUV.2016.7778660.
48. Morris J. The Kalman filter: A robust estimator for some classes of linear quadratic problems // *IEEE T. Inform. Theory*, 1976. Vol. 22. No. 5. P. 526–534. doi: 10.1109/tit.1976.1055611.
49. Mehra R. On the identification of variances and adaptive Kalman filtering // *IEEE T. Automat. Contr.*, 1970. Vol. 15. No. 2. P. 175–184. doi: 10.1109/TAC.1970.1099422.
50. Zhang L., Sidoti D., Bienkowski A., Pattipati K. R., Bar-Shalom Y., Kleinman D. L. On the Identification of noise covariances and adaptive Kalman filtering: A new look at a 50 year-old problem // *IEEE Access*, 2020. Vol. 8. P. 59362–59388. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2982407.

Поступила в редакцию 02.02.2026

Принята к публикации 15.03.2026

## ADAPTIVE AND ROBUST FILTERING ALGORITHMS FOR SYSTEMS WITH RANDOM OBSERVATION DELAYS: MAIN CONCEPTUAL AND ALGORITHMIC ASPECTS

*S. A. Bosov and I. V. Uryupin*

Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

**Abstract:** The work is motivated by a specific class of navigation problems of autonomous underwater vehicles, for which the use of acoustic measurement means encounters their sensitivity to random delays in data arrival. At long distances, this effect may lead to a significant increase in estimation error even at moderate motion speeds. The existing formal mathematical formulation reduces to the problem of state estimation for stochastic dynamic systems with random observation time delays under conditions of incomplete prior information. The practical implementation problem, on which the paper is focused, reduces to the development and software implementation of computationally efficient stochastic filtering algorithms. The method of linear pseudomeasurements adapted to an observation model with random delay is used as the basic tool. In addition to previously considered formulations with complete prior information on the parameters of the motion and observation models, the paper analyzes cases of incomplete information typical in practice. For two of them — uncertainty of measurement accuracy characteristics at the stage of target detection and unknown error distributions under changing observation conditions, methods for solving practical problems are proposed. The algorithms are described within the framework of the general objective — to form a conceptual approach to the construction of conditionally optimal, adaptive, and robust filtering algorithms for the specified classes of models.

**Keywords:** autonomous underwater vehicles; navigation; positioning; target tracking; stochastic system with random observation time delays; stochastic filtering; linear pseudomeasurements; suboptimal filtering; extended Kalman filter; conditionally minimax filtering; conditionally optimal estimation; sonars

**DOI:** 10.14357/08696527260103

**EDN:** UAFJWU

### Acknowledgments

The research was supported by a grant from the Russian Science Foundation No. 25-21-00550, <https://rscf.ru/project/25-21-00550/>.

### References

1. Duník, J., S. K. Biswas, A. G. Dempster, T. Pany, and P. Closas. 2020. State estimation methods in navigation: Overview and application. *IEEE Aero. El. Sys. Mag.* 35(12):16–31. doi: 10.1109/MAES.2020.3002001.

2. Konrad, T., J. J. Gehrt, J. Lin, R. Zweigel, and D. Abel. 2018. Advanced state estimation for navigation of automated vehicles. *Annu. Rev. Control* 46:181–195. doi: 10.1016/j.arcontrol.2018.09.002.
3. Wang, X., T. Chen, R. Wang, J. Lu, and G. Dou. 2025. Review of state estimation methods for autonomous ground vehicles: Perspectives on estimation objects, vehicle characteristics, and key algorithms. *Sensors — Basel* 25(13):3927. 34 p. doi: 10.3390/s25133927.
4. Wen, T., J. Wang, L. Liu, B. Cai, and C. Roberts. 2025 (in press). Train operational state estimation: Technologies, challenges, and future directions. *Fundamental Research*. doi: 10.1016/j.fmre.2025.07.012.
5. Paull, L., S. Saeedi, M. Seto, and H. Li. 2013. AUV navigation and localization: A review. *IEEE J. Oceanic Eng.* 39(1):131–149. doi: 10.1109/joe.2013.2278891.
6. Zhang, B., D. Ji, S. Liu, X. Zhu, and W. Xu. 2023. Autonomous underwater vehicle navigation: A review. *Ocean Eng.* 273:113861. doi: 10.1016/j.oceaneng.2023.113861.
7. Hodges, R. 2010. *Underwater acoustics: Analysis, design and performance of sonar*. New York, NY: Wiley. 366 p. doi: 10.1002/9780470665244.
8. Domingos, L. C., P. E. Santos, P. S. Skelton, R. S. Brinkworth, and K. Sammut. 2022. A survey of underwater acoustic data classification methods using deep learning for shoreline surveillance. *Sensors — Basel* 22(6):2181. 30 p. doi: 10.3390/s22062181.
9. Bosov, A. V. 2023. Observation-based filtering of state of a nonlinear dynamical system with random delays. *Automat. Rem. Contr.* 84(6):594–605. doi: 10.1134/S0005117923060036. EDN: GVWEAB.
10. Bosov, A. 2023. Tracking a maneuvering object by indirect observations with random delays. *Drones* 7(7):468. 17 p. doi: 10.3390/drones7070468.
11. Bosov, A. V. 2024. AUV positioning and motion parameter identification based on observations with random delays. *Automat. Rem. Contr.* 85(12):1024–1040. doi: 10.1134/S0005117924700413. EDN: PLPFMZ.
12. Bosov, A. 2024. Maneuvering object tracking and movement parameters identification by indirect observations with random delays. *Axioms* 13:668. 17 p. doi: 10.3390/axioms13100668. EDN: AYLLFE.
13. Bosov, A. V. 2023. Optimal'naya fil'tratsiya sostoyaniya nelineynoy dinamicheskoy sistemy po nablyudeniym so sluchaynymi zapazdyvaniyami [Nonlinear dynamic system state optimal filtering by observations with random delays]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 17(3):8–17. doi: 10.14357/19922264230302. EDN: CFVYJM.
14. Friedland, B., and I. Bernstein 1966. Estimation of the state of a nonlinear process in the presence of nongaussian noise and disturbances. *J. Frankl. Inst.* 281(6):455–480. doi: 10.1016/0016-0032(66)90434-0.
15. Arulampalam, S., S. Maskell, N. J. Gordon, and T. Clapp. 2002. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE T. Signal Proces.* 50(2):174–188. doi: 10.1109/78.978374.
16. Julier, S. J., J. K. Uhlmann, and H. F. Durrant-Whyte. 1995. A new approach for filtering nonlinear systems. *American Control Conference Proceedings*. IEEE. 1628–1632. doi: 10.1109/acc.1995.529783.
17. Pugachev, V. S. 1979. Estimation of variables and parameters in discrete time nonlinear systems. *Automat. Rem. Contr.* 40(4):512–521.

18. Pankov, A. R., and A. V. Bosov. 1994. Conditionally minimax algorithm for non-linear system state estimation. *IEEE T. Automat. Contr.* 39(8):1617–1620. doi: 10.1109/9.310035.
19. Wishner, R. P., J. A. Tabaczynski, and M. Athans. 1969. A comparison of three non-linear filters. *Automatica* 5:487–496. doi: 10.1016/0005-1098(69)90110-1.
20. Bell, B. M., and F. W. Cathey. 1993. The iterated Kalman filter update as a Gauss–Newton method. *IEEE T. Automat. Contr.* 38(2):294–297. doi: 10.1109/9.250476.
21. Hu, X., M. Bao, X.-P. Zhang, L. Guan, and Y.-H. Hu. 2015. Generalized iterated Kalman filter and its performance evaluation. *IEEE T. Signal Proces.* 63:3204–3217. doi: 10.1109/TSP.2015.2423266.
22. Su, X., I. Ullah, X. Liu, and D. Choi. 2020. A review of underwater localization techniques, algorithms, and challenges. *J. Sensors* 2020(1):6403161. 24 p. doi: 10.1155/2020/6403161.
23. Kalman, R. E. 1960. A new approach to linear filtering and prediction problems. *J. Basic Eng. — T. ASME* 82(1):35–45. doi: 10.1115/1.3662552.
24. Perea, L., J. How, L. Breger, and P. Elosegui. 2007. Nonlinearity in sensor fusion: Divergence issues in EKF, modified truncated GSF, and UKF. *Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit Proceedings*. AIAA. Art. 2007-6514. 16 p. doi: 10.2514/6.2007-6514.
25. Huang, G. P., A. I. Mourikis, and S. I. Roumeliotis. 2008. Analysis and improvement of the consistency of extended Kalman filter based SLAM. *Conference (International) on Robotics and Automation Proceedings*. IEEE. 473–479. doi: 10.1109/ROBOT.2008.4543252.
26. Ljung, L. 1979. Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems. *IEEE T. Automat. Contr.* 24(1):36–50. doi: 10.1109/tac.1979.1101943.
27. Hashemi, R., and S. Engell. 2016. Effect of sampling rate on the divergence of the extended Kalman filter for a continuous polymerization reactor in comparison with particle filtering. *IFAC PapersOnLine* 49(7):365–370. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.363.
28. Borisov, A. V., A. V. Bosov, and G. B. Miller. 2019. Conditionally-minimax nonlinear filtering for continuous-discrete stochastic observation systems: Comparative study in target tracking. *58th Conference on Decision and Control Proceedings*. IEEE. 2586–2591. doi: 10.1109/CDC40024.2019.9029876. EDN: XQMMMT.
29. Lingren, A. G., and K. F. Gong. 1978. Position and velocity estimation via bearing observations. *IEEE T. Aero. Elec. Sys.* AES-14(4):564–577. doi: 10.1109/TAES.1978.308681.
30. Aidala, V. J., and S. C. Nardone. 1982. Biased estimation properties of the pseudolinear tracking filter. *IEEE T. Aero. Elec. Sys.* AES-18(4):432–441. doi: 10.1109/TAES.1982.309250.
31. Holsberg, A., and J. H. Holst. 1993. A nearly unbiased inherently stable bearings-only tracker. *IEEE J. Oceanic Eng.* 18(2):138–141. doi: 10.1109/48.219533.
32. Nguyen, N. H., and K. Doğançay. 2017. Improved pseudolinear Kalman filter algorithms for bearings-only target tracking. *IEEE T. Signal Proces.* 65(23):6119–6134. doi: 10.1109/TSP.2017.2749207.
33. Bu, S., A. Meng, and G. Zhou. 2021. A new pseudolinear filter for bearings-only tracking without requirement of bias compensation. *Sensors — Basel* 21(16):5444. 19 p. doi: 10.3390/s21165444.

34. Lin, X., T. Kirubarajan, Y. Bar-Shalom, and S. Maskell. 2002. Comparison of EKF, pseudomeasurement, and particle filters for a bearing-only target tracking problem. *Proc. SPIE* 4728:240–250. doi: 10.1117/12.478508.
35. Amelin, K. S., and A. B. Miller. 2013. An algorithm for refinement of the position of a light UAV on the basis of Kalman filtering of bearing measurements. *J. Commun. Technol. El.* 59(6):622–631. doi: 10.1134/S1064226914060047. EDN: SJVPPV.
36. Miller, A. B., and B. M. Miller. 2014. Tracking of the UAV trajectory on the basis of bearing-only observations. *53rd Conference on Decision and Control Proceedings*. IEEE. 4178–4184. doi: 10.1109/cdc.2014.7040040. EDN: UGIFDH.
37. Miller, A. B., and B. M. Miller. 2015. Stochastic control of light UAV at landing with the aid of bearing-only observations. *Proc. SPIE* 9875:987529. 10 p. doi: 10.1117/12.2228544. EDN: WPKMIR.
38. Miller, A. B., and B. M. Miller. 2018. Underwater target tracking using bearing-only measurements. *J. Commun. Technol. El.* 63(6):643–649. doi: 10.1134/s1064226918060207. EDN: YBUDBB.
39. Miller, A., B. Miller, and G. Miller. 2019. On AUV control with the aid of position estimation algorithms based on acoustic seabed sensing and DOA measurements. *Sensors — Basel* 19(24):5520. 21 p. doi: 10.3390/s19245520.
40. Karpenko, S., I. Konovalenko, A. Miller, B. Miller, and D. Nikolaev. 2015. UAV control on the basis of 3D landmark bearing-only observations. *Sensors — Basel* 15(12):29802–29820. doi: 10.3390/s151229768.
41. Konovalenko, I., E. Kuznetsova, A. Miller, B. Miller, A. Popov, D. Shepelev, and K. Stepanyan. 2018. New approaches to the integration of navigation systems for autonomous unmanned vehicles (UAV). *Sensors — Basel* 18(9):3010. 23 p. doi: 10.3390/s18093010. EDN: VBGHZZ.
42. Bosov, A. 2025. Linear pseudo-measurements filtering for tracking a moving underwater target by observations with random delays. *Sensors — Basel* 25(12):3757. 22 p. doi: 10.3390/s25123757. EDN: PUQBHW.
43. Bosov, A. V. 2025. Application of a linear pseudomeasurement filter to tracking and positioning based on observations with random delays. *Automat. Rem. Contr.* 86(10):953–968. doi: 10.31857/S0005117925100055.
44. Bosov, A. V., and I. V. Uryupin. 2025. Prakticheskoe issledovanie voprosa nestabil'nosti rasshirennogo fil'tra Kalmana [A practical study of the extended Kalman filter instability]. *Informatika i ee Primeniya — Inform. Appl.* 19(4):12–25. doi: 10.14357/19922264250402. EDN: BMTYSW.
45. Vickery, K. 1998. Acoustic positioning systems: New concepts — the future. *Workshop on Autonomous Underwater Vehicles Proceedings*. Cambridge, MA. 103–110. doi: 10.1109/AUV.1998.744445.
46. Christ, R. D., and R. L. Wernli. 2013. *The ROV manual: A user guide for remotely operated vehicles*. 2nd ed. Oxford, U.K.: Butterworth-Heinemann. 679 p.
47. Zhu, Z., S.-L. J. Hu, and H. Li. 2016. Effect on Kalman based underwater tracking due to ocean current uncertainty. *IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles Proceedings*. IEEE. 131–137. doi: 10.1109/AUV.2016.7778660.
48. Morris, J. 1976. The Kalman filter: A robust estimator for some classes of linear quadratic problems. *IEEE T. Inform. Theory* 22(5):526–534. doi: 10.1109/TIT.1976.1055611.

49. Mehra, R. 1970. On the identification of variances and adaptive Kalman filtering. *IEEE T. Automat. Contr.* 15(2):175–184. doi: 10.1109/TAC.1970.1099422.
50. Zhang, L., D. Sidoti, A. Bienkowski, K. R. Pattipati, Y. Bar-Shalom, and D. L. Kleinman. 2020. On the identification of noise covariances and adaptive Kalman filtering: A new look at a 50 year-old problem. *IEEE Access* 8:59362–59388. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2982407.

*Received February 2, 2026*

*Accepted March 15, 2026*

## **Contributors**

**Bosov Svjatoslav A.** (b. 1992) — engineer, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; sabosov@frccsc.ru

**Uryupin Ilya V.** (b. 1993) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, junior scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; uryupin93@yandex.ru

## ЦИФРОВОЙ ДВОЙНИК КАК ЯДРО ПРЕДМЕТНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ ЦИФРОВОЙ ПЛАТФОРМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЕМ

*С. П. Ковалёв<sup>1</sup>, О. В. Лукинова<sup>2</sup>*

**Аннотация:** Представлены ключевые проектные решения, связанные с размещением цифровых двойников (ЦД) объектов автоматизации в качестве унифицированного ядра платформ поддержки цифровой трансформации предметных областей. На основе эталонной модели среды открытых систем OSE/RM (Open System Environment Reference Model) показаны технологические аспекты проектирования цифровых платформ. Рассмотрены основные требования к публичным сервисам, размещаемым на платформе. Описан состав типового ЦД как совокупность взаимодействующих разноплановых моделей объекта автоматизации. Определен процесс разработки моделей и схема их развертывания в компонентах платформы и приложениях. В качестве прикладного примера при помощи развернутых по этой схеме моделей сконструирован интегрированный цикл управления энергоснабжением, включающий расчет показателей состояния объекта управления, определение и применение необходимых управляющих воздействий. Кратко показано, как обосновать предложенные проектные решения формальными алгебраическими методами на основе аппарата теории категорий.

**Ключевые слова:** цифровая трансформация; цифровой двойник; цифровая платформа; совместимость; управление энергоснабжением; теория категорий

**DOI:** 10.14357/08696527260104

**EDN:** IZQIDP

### 1 Введение

Современный цифровой уклад, основанный на повсеместном внедрении информационных и телекоммуникационных технологий (ИТ), проник во все секторы экономики. Ни одна организация, ориентированная на долгосрочное развитие, не может игнорировать масштабные структурные изменения, связанные с цифровой трансформацией.

Термин «цифровая трансформация» в первую очередь подразумевает переход от аналоговой оперативной информации к цифровой, обычно называемый цифровизацией. Существуют три основных точки зрения на семантику этого понятия [1].

---

<sup>1</sup>Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук, kovalyov@sibnet.ru

<sup>2</sup>Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук, lobars@mail.ru

Во-первых, с самого зарождения цифровые технологии используются для автоматизации бизнеса: цифровая трансформация — это длящийся десятилетиями процесс, в котором каждая новая широко распространенная технология приводит к новому этапу. Согласно второй точке зрения, трансформация связана только с определенным периодом развития цифровых технологий. Поворотным моментом стало появление так называемой третьей платформы (облака, мобильность, социальные сети, большие данные), на базе которой стали появляться цифровые компании, предлагающие новые бизнес-модели и максимально избавляющиеся от нецифровых активов. Приверженцы третьей точки зрения фокусируются на бизнес-аспектах компаний, занимающихся как цифровыми операциями, так и физическим производством. Технологии здесь считаются менее важными, чем экономические ограничения, накладываемые ими на компанию.

Один из главных факторов цифровой трансформации — использование ИТ в качестве основного средства производства [2]. В то же время высокие технологии и инструменты становятся результатами производства. Это позволяет перейти от массового, серийного производства к штучному, например предоставлению услуг конкретному лицу или группе лиц. В этом случае трансформация оценивается с точки зрения дополнительной ценности, предоставляемой клиентам с помощью информационных технологий, особенно цифровых платформ, по сравнению с эффектом от традиционных бизнес-моделей с низким уровнем использования цифровых технологий.

Независимо от предпочтительной точки зрения, одной из наиболее мощных движущих сил цифровой трансформации стала разработка и внедрение ЦД объектов автоматизации. Напомним, что ЦД — это виртуальная копия физического объекта, которая оперативно воспроизводит и изменяет его структуру, состояние и поведение [3]. Цифровой двойник охватывает весь жизненный цикл объекта, обеспечивая высокую точность его представления в виртуальном мире [4]. Появляются ЦД длительных процессов, в которых задействовано множество объектов и участников. Оригиналами для них служат не только технические объекты и процессы, но и природные, организационные и др.: существуют ЦД процессов сборки изделий, закупки и логистики, снабжения и доставки [5]. В то же время грубые ЦД-прототипы строятся на этапе проектирования объектов. Используются также цифровые тени, которые получают и анализируют потоки данных от объекта, но не могут отправлять ему управляющие воздействия.

Известной проблемой внедрения ЦД считается его слабая совместимость с другими компонентами ИТ-ландшафта владельца объекта автоматизации [6]. В настоящей работе предложен подход к решению этой проблемы путем встраивания ЦД в ядро предметно-ориентированной цифровой платформы. Такой подход гарантирует, что платформа охватит все дублируемые в ЦД объекты и процессы высокотехнологичными средствами автоматизации. В то же время платформа обеспечивает ЦД всеобъемлющим потоком унифицированных данных, поступающих от датчиков, пользователей и смежных информационных систем. Подход обоснован формальными алгебраическими методами. В подтверждение его ак-

туальности российский национальный проект «Экономика данных и цифровая трансформация государства», стартовавший в 2025 г., декларирует цель по созданию цифровых платформ во всех ключевых секторах экономики, социальной сфере и государственном управлении к 2030 г. [7]. Подход проиллюстрирован на примере сектора электроэнергетики, где появляются платформы для управления энергоснабжением [8], а технологии ЦД постепенно преодолевают трудности проектирования и внедрения [9].

## 2 Методологические аспекты разработки цифровых платформ

Цифровая платформа — это набор цифровых технологий, продуктов и/или сервисов, на базе которых владельцы платформы или внешние организации могут создавать приложения в ее предметной области [10]. Платформа поддерживает трансформацию бизнес-модели, направленную на снижение транзакционных издержек пользователей за счет цифровизации: им предлагается удобная многофункциональная основа для разработки полезных продуктов и услуг в заданной предметной области.

Среди многочисленных технологий, способствующих созданию платформ, выделяются облачные вычисления и сервисно-ориентированная архитектура. Когда сервис публикуется в облаке, он приобретает свойство мультитенантности — разделяемости поставщиков сервисов и пользователей [11]. Такой сервис становится предпочтительным средством предоставления платформой своих возможностей пользователям, однако в целях общедоступности он должен соответствовать ряду требований. Прежде всего, для юридической защиты пользователя функциональное наполнение сервиса должно соответствовать нормативам и стандартам предметной области. Во-вторых, сервис должен быть надлежащим образом зарегистрирован на доверенном ресурсе типа реестра в сети Интернет, с описанием поддерживаемых функций и средств доступа. Доступ должен основываться на стандартных механизмах веб-сервисов, развернутых на ресурсе. При проектировании платформы должны быть выбраны или разработаны адекватные методологии, инструменты и решения.

В части методологии источником могут служить стандарты по открытым системам, такие как эталонная модель OSE/RM IEEE POSIX [12]. В рамках модели любая информационная система разделяется на следующие три архитектурных части:

- (1) прикладное программное обеспечение для конечных пользователей, автоматизирующее их процессы;
- (2) прикладная платформа, предоставляющая широкий прикладной программный интерфейс (Application Program Interface, API) и/или ресурсы вычислительной инфраструктуры;
- (3) внешняя среда платформы.

В рамках традиционной парадигмы автоматизации доступные приложениям возможности имеют чисто технологический характер (хранение данных, процессорное время) и не отражают специфику предметной области приложения. В эпоху цифровой трансформации и массового перехода на платформы это неприемлемо: не только приложения, но и сама платформа должны быть ориентированы на определенную предметную область. Для этого многократно используемые блоки автоматизации бизнес-логики приложений должны быть перенесены на уровень промежуточного слоя (middleware) платформы, обеспечивая сквозную функциональность для решения предметных задач в сервисно-ориентированной парадигме. Открытый API и дополнительные спецификации должны исчерпывающе описывать интерфейс и семантику этих сервисов, часто с помощью онтологии предметной области. Должны быть установлены единые правила и форматы обмена данными между приложениями и платформой, а также единые протоколы и средства подключения, единые меры безопасности и т. д. Пример архитектуры такой платформы представлен в разд. 4.

Особенно актуальна трансформация на основе платформенного подхода в секторе электроэнергетики в контексте перехода к «зеленой» энергетике [13]. Предметно-ориентированная платформа, оснащенная искусственным интеллектом, способна помочь активным потребителям в прогнозировании нагрузки и выработки электроэнергии, управлении режимами в реальном времени, управлении спросом, одноранговой торговле энергией и других высокотехнологичных процедурах управления энергоснабжением.

Для реализации интегрированных мультидоменных цифровых экосистем необходимо обобщить применяемые бизнес-модели. Для этого организуется взаимодействие между несколькими цифровыми платформами. Например, отраслевая платформа управления энергоснабжением может быть интегрирована с платформами управления городским, сельским или промышленным хозяйством в целях повышения энергоэффективности.

### 3 Разработка цифровых двойников

В литературе описаны различные подходы к архитектурной декомпозиции ЦД [14]. Например, функциональная декомпозиция предписывает разделить ЦД на модули хранения данных, информационного обмена, численного расчета и анализа, имитационного моделирования, визуализации и т. д. Альтернативно по образцу киберфизических систем строится многоуровневая архитектура, верхний уровень которой заполняется сервисами интеллектуального управления, нижний уровень представляет физический объект, а промежуточные уровни обеспечивают их мультимодальное двунаправленное взаимодействие. Настоящая работа следует подходу модельно-ориентированной системной инженерии, который предполагает разбиение ЦД на модели, различаемые по видам и предметам моделирования. Такой подход подчеркивает специфику ЦД среди других классов цифровых систем. Типовой ЦД состоит из следующих моделей [15]:



**Рис. 1** Типовая архитектура ЦД: 1 — предоставление данных; 2 — привязка данных; 3 — генерация структуры; 4 — верификация

- онтологическая модель (ОМ);
- цифровые диаграммы и схемы (ЦДС);
- электронная документация (ЭД);
- оперативная информация реального времени (ОИ);
- информационная модель (ИМ);
- математические и имитационные модели (МИМ).

Чтобы облегчить создание ЦД в контексте платформы типа описанной в предыдущем разделе, целесообразно разрабатывать модели в виде (микро)сервисов [16]. Действительно, при этом гибкое взаимодействие с моделью обеспечивается сервис-ориентированной архитектурой, в то время как детали реализации модели скрыты от внешнего мира. В ходе функционирования ЦД составляющие его модели интенсивно взаимодействуют как с физическим объектом-оригиналом, так и друг с другом, не только обмениваясь данными, но и ссылаясь на них, верифицируя и генерируя их структуру, как показано на рис. 1 [15].

Такая архитектура определяет естественный порядок разработки ЦД. В начале процесса разработки выбирается или компилируется из существующих фрагментов ОМ. Таким путем понятия предметной области ЦД и отношения между ними идентифицируются и в совокупности представляются формальной семантической моделью. Важно, чтобы ОМ содержала все релевантные понятия, а их описания не противоречили друг другу. В то же время ОМ не должна быть перегружена неиспользуемыми понятиями.

Разработанная ОМ (полу)автоматически преобразуется в структуру ИМ, реализуемой в виде реляционной базы данных: онтологические понятия превращаются в таблицы; свойства — в атрибуты; отношения — во внешние ключи; аксиомы — в правила проверки наполнения [15]. Затем ИМ заполняется мастер-данными объекта автоматизации и обогащается за счет ЭД и ЦДС. Если объект уже построен и введен в эксплуатацию, то необходимые для этого данные извлекаются из эксплуатационной документации на него и верифицируются натурным обследованием. В противном случае данные генерируются в процессе проектирования и строительства объекта с помощью систем автоматизированного проектирования и аналогичных инструментов. По мере готовности ИМ разворачиваются, калибруются/обучаются и верифицируются на ней МИМ. Затем к ЦД присоединяются источники и получатели ОИ, в том числе в (мягком) реальном времени, и он начинает функционировать. По мере необходимости модели в составе ЦД обновляются, добавляются новые, а устаревшие отключаются.

Критерием завершения процесса разработки ЦД служит достижение значений показателей качества, достаточных для обеспечения надежной работы ЦД в качестве ядра системы управления объектом автоматизации. Выделен ряд характеристик качества ЦД [17]: достоверность; удобство использования; интерактивность; киберзащищенность; удобство разворачивания; синхронность с объектом. Многие из них применимы и к цифровым системам других видов; для ЦД наиболее специфичны достоверность и синхронность. В дополнение к ним, к информационному обеспечению ЦД предъявляются требования полноты и непротиворечивости представления объекта. Полнота и непротиворечивость оцениваются в первую очередь по ОМ, достоверность — по ЦДС, ИМ и МИМ, а синхронность — по ЭД и ОИ.

Для сложного гетерогенного объекта, такого как энергосистема, необходимо автоматизировать создание ЦД, для чего требуются средства его формальной спецификации и верификации. Перспективным средством такого рода служит алгебраический аппарат теории категорий [18]. Структурная схема оригинала ЦД представляется диаграммой в категории, объектами которой служат алгебраические модели системных единиц, а морфизмы описывают действия по сборке моделей сложных системных единиц из моделей составляющих. Для такой диаграммы вычисляется универсальная конструкция копредела (colimit) — алгебраический аналог процедуры сборки. При помощи более сложных диаграммных конструкций описываются другие способы синтеза систем, например связывание (weaving) аспектов — повторяющихся единиц, погруженных в контекст своего использования [19]. Такие конструкции дают возможность строго рассчитывать в ЦД интегральные характеристики и поведение оригинала как целого по информации о его составных частях. Аппарат теории категорий также позволяет решать ряд обратных задач — вычислять структурные схемы, обеспечивающие достижение (суб-, Парето-) оптимальных значений интегральных характеристик.

Зачастую объединение всех составных частей системы в одну категорию нерационально. Напротив, целесообразно использовать различные категории для представления компонентов разной природы: силового оборудования, сегментов линий, контроллеров, программного обеспечения и др. В ЦД оригинал представляется в виде структурного ориентированного графа, вершины которого помечены моделями разнородных частей. С точки зрения теории категорий такой граф не является диаграммой, так как метки его вершин принадлежат разным категориям. В данной ситуации описание оригинала целесообразно выполнять в рамках конкретных архитектурных представлений, основываясь на стандарте ISO/IEC/IEEE 42010 (в России принят как ГОСТ Р 57100-2016 «Системная и программная инженерия. Описание архитектуры»). Действительно, алгебраические описания всех возможных частей всех видов с некоторой точки зрения составляют категорию, морфизмы в которой выражают выбранную точку зрения на действия по сборке систем. Например, категория множеств **Set** применяется для представления информационной архитектуры, а категория помеченных частично упорядоченных множеств **Pomset** представляет точку зрения поведения в форме дискретно-событийных моделей. Модели частей отображаются в категорию точки зрения посредством подходящих функторов и там собираются в диаграммы структуры, формируя математические объекты, образующие конструкцию под названием мультизапятой (multicomma) [20].

#### 4 Размещение цифрового двойника как ядра платформы

Когда ЦД применяется в качестве ядра предметно-ориентированной платформы, составляющие его модели развертываются в компонентах платформы и пользовательских приложениях, как показано на рис. 2. Здесь компоненты платформы разделены на четыре функциональных аспекта (пользователь, система, информация и коммуникация), пронизывающих три архитектурных слоя (промежуточный, операционный и аппаратный) [11]. Онтологическая модель размещается в хранилище данных промежуточного слоя платформы. Информационная модель и ЭД распределяются между платформой, управляющей общей нормативно-справочной базой, и пользовательскими приложениями, специфичными для конкретных задач и объектов управления. Цифровые диаграммы и схемы и ОИ относятся только к приложениям. Математические и имитационные модели становятся компонентами промежуточного слоя, автоматизирующими процессы пользователей на уровне платформы.

Цифровой двойник энергосистемы в такой конфигурации способен выполнять интегрированный цикл высокоавтоматизированного управления энергоснабжением, состоящий из расчета показателей состояния системы, определения и применения необходимых управляющих воздействий, как показано на рис. 3 [21]. На первом этапе цикла ЦД вычисляет в реальном времени режимные показатели — результаты распространения значений параметров количества и качества энергоресурсов вдоль оси времени (статистический анализ, прогнозирование),

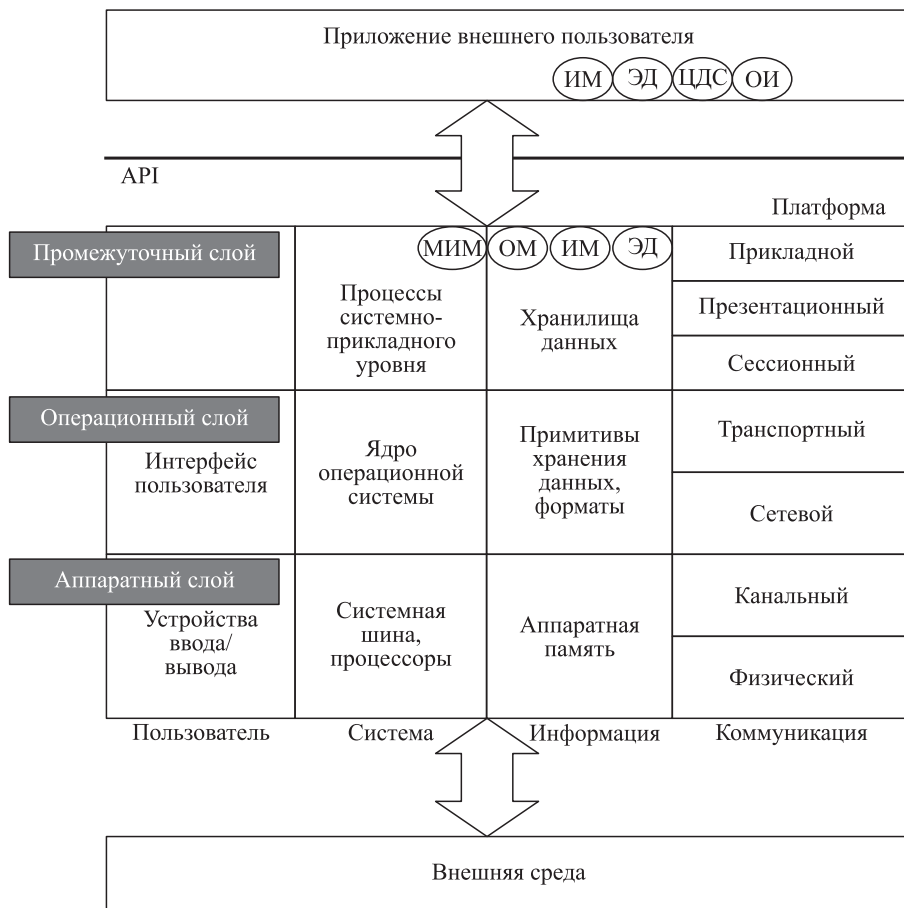


Рис. 2 Архитектура платформы с моделями, составляющими ЦД

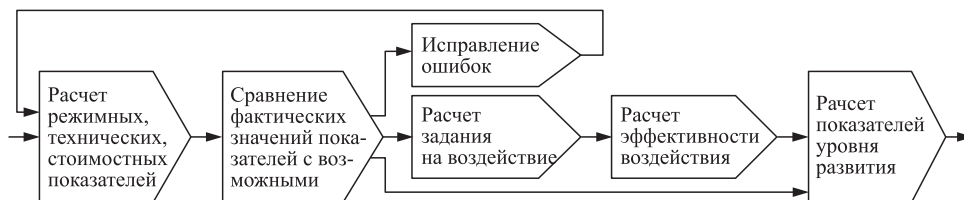


Рис. 3 Интегрированный цикл управления энергообеспечением

потоков энергии (замещение отсутствующих значений, расчет отпуска из сети по приему в сеть и др.), иерархии управления (например, формирование сводного топливно-энергетического баланса города). Дополнительно вычисляются другие значимые показатели, такие как потери энергии на различных участках энергосистемы, показатели технического состояния оборудования, стоимостные показатели. Массивы их значений служат входными данными для определения необходимого управляющего воздействия, так что ЦД рассчитывает не только фактические значения, но и возможные: плановые, требуемые, прогнозные, предельные, усредненные, нормативные, оптимальные по различным критериям и т. д. Далее выявляются расхождения между фактическими и возможными значениями, выходящие за рамки допустимых. Выясняются их причины: либо в данных или расчетных модулях допущены ошибки, либо режим энергосистемы выходит за пределы нормального. В первом случае ошибки исправляются, а во втором ЦД определяет управляющее воздействие на энергосистему, способное наиболее эффективно привести к возврату значений в целевые рамки. Как только воздействие было применено, ЦД оценивает его эффективность и затем вычисляет агрегатные показатели уровня развития энергосистемы для целей стратегического управления.

Как описано выше, расчетные алгоритмы, используемые в таком цикле, разворачиваются в промежуточном слое платформы. В то же время данные реального времени и мастер-данные энергосистемы естественным образом размещаются в информационном обеспечении объекта управления, откуда подаются на вход алгоритмам в унифицированных форматах.

## 5 Заключение

По ходу цифровой трансформации высокотехнологичные ИТ-продукты, такие как ЦД и платформы, становятся проще в разработке, внедрении и использовании. Однако они зачастую развиваются независимо друг от друга и от прочих ИТ-систем, что снижает интегральную выгоду от цифровизации. Как показано в настоящей работе, размещение ЦД в ядре предметно-ориентированной платформы гарантирует их функциональную совместимость «по построению» и порождает полезные синергетические эффекты.

## Литература

1. Прохоров А., Коник Л. Цифровая трансформация. Анализ, тренды, мировой опыт. — 2-е изд. — М.: КомНьюс Груп, 2019. 368 с.
2. Бойченко А. В., Лукинова О. В. Методологические аспекты целеполагания при переходе к цифровой экономике // Открытое образование, 2018. Т. 24. № 4. С. 74–83. doi: 10.21686/1818-4243-2018-4-74-83. EDN: XWLSSD.
3. Singh M., Fuenmayor E., Hinchy E. P., Qiao Y., Murray N., Devine D. Digital twin: Origin to future // Applied System Innovation, 2021. Vol. 4. Iss. 2. Art. 36. 19 p. doi: 10.3390/asi4020036. EDN: GIILKQ.

4. *Pronost G., Mayer F., Camargo M., Dupont L.* Digital Twins along the product lifecycle: A systematic literature review of applications in manufacturing // *Digital Twin*, 2023. Vol. 3. Art. 3. doi: 10.12688/digitaltwin.17807.1. EDN: DVDFOO.
5. *Li J., Liu X.* Empowering fashion design and intelligent manufacturing with digital twins in the metaverse era // *Asian Social Science*, 2024. Vol. 20. No. 4. P. 39–48. doi: 10.5539/ass.v20n4p39. EDN: WTVUNA.
6. *Acharya S., Khan A. A., Päivärinta T.* Interoperability levels and challenges of digital twins in cyber-physical systems // *J. Industrial Information Integration*, 2024. Vol. 42. Art. 100714. 13 p. doi: 10.1016/j.jii.2024.100714.
7. *Петров А. М., Марков В. А.* Национальный проект «Экономика данных и цифровая трансформация государства»: от концепции к реализации // *Экономические науки*, 2024. № 10(239). С. 175–186. doi: 10.14451/1.239.175. EDN: GKHJWR.
8. *Nepsha F., Shubin N., Andrievsky A. A., Golovin A.* Development of energy management system based on a digital platform // *2021 Ural-Siberian Smart Energy Conference Proceedings*. — IEEE, 2021. P. 120–124. doi: 10.1109/USSEC53120.2021.9655765. doi: 10.1109/USSEC53120.2021.9655765. EDN: MOJFRH.
9. *Yassin M. A. M., Shrestha A., Rabie S.* Digital twin in power system research and development: Principle, scope, and challenges // *Energy Reviews*, 2023. Vol. 2. No. 3. Art. 100039. 15 p. doi: 10.1016/j.enrev.2023.100039.
10. *Fu X., Avenyo E., Ghauri P.* Digital platforms and development: A survey of the literature // *Innovation Development*, 2021. Vol. 11. No. 2-3. P. 303–321. doi: 10.1080/2157930X.2021.1975361.
11. *Лукинова О. В.* Методологические аспекты управления жизненным циклом информационной системы на основе инструментов функциональной стандартизации // *Программные продукты и системы*, 2016. Т. 29. № 4. С. 27–35. EDN: XVIGAB.
12. IEEE Std 1003.0-1995. IEEE Guide to the POSIX Open System Environment (OSE). — New York, NY, USA: IEEE, 1995. 194 p.
13. *Kloppenborg S., Boekelo M.* Digital platforms and the future of energy provisioning: Promises and perils for the next phase of the energy transition // *Energy Research Social Science*, 2019. Vol. 49. P. 68–73. doi: 10.1016/j.erss.2018.10.016.
14. *Steindl G., Stagl M., Kasper L., Kastner W., Hofmann R.* Generic digital twin architecture for industrial energy systems // *Appl. Sci.* — Basel, 2020. Vol. 10. Art. 8903. 20 p. doi: 10.3390/app10248903.
15. *Ковалёв С. П.* Проектирование информационного обеспечения цифровых двойников энергетических систем // *Системы и средства информатики*, 2020. Т. 30. № 1. С. 66–81. doi: 10.14357/08696527200106. EDN: UNOOKU.
16. *Redeker M., Weskamp J., Rössl B., Pethig F.* A digital twin platform for Industrie 4.0 // *Data spaces* / Eds. E. Curry, S. Scerri, T. Tuikka. — Cham: Springer, 2022. P. 173–201. doi: 10.1007/978-3-030-98636-0\_9.
17. *Hartmann D., van der Auweraer H.* Digital twins. — Cornell University, 2020. 10 p. arXiv:2001.09747 [cs.CY].
18. *Mordecai Y., Fairbanks J. P., Crawley E. F.* Category-theoretic formulation of the model-based systems architecting cognitive-computational cycle // *Appl. Sci.* — Basel, 2021. Vol. 11. No. 4. Art. 1945. 30 p. doi: 10.3390/app11041945.

19. Ковалёв С. П. Семантика аспектно-ориентированного моделирования данных и процессов // Информатика и её применения, 2013. Т. 7. Вып. 3. С. 70–80. EDN: RFLJMP.
20. Ковалёв С. П. Разработка платформы управления распределенными энергетическими ресурсами на базе цифрового двойника // Мехатроника, автоматизация, управление, 2023. Т. 24. № 3. С. 131–141. doi: 10.17587/mau.24.131-141. EDN: JVSPVV.
21. Kovalyov S. P., Lukinova O. V. Designing a power system digital twin as a core of the domain-aware digital platform // Russian Smart Industry Conference (International) Proceedings. — IEEE, 2025. P. 550–554. doi: 10.1109/SmartIndustryCon65166.2025.10986064.

*Поступила в редакцию 17.06.2025*

*Принята к публикации 15.03.2026*

---

---

## DIGITAL TWIN AS THE CORE OF A DOMAIN-SPECIFIC DIGITAL ENERGY MANAGEMENT PLATFORM

*S. P. Kovalyov and O. V. Lukinova*

V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya Str., Moscow 117997, Russian Federation

**Abstract:** Key design decisions regarding the integration of asset digital twins as a unified core for domain digital transformation support platforms are presented. Based on the OSE/RM (Open Systems Environment Reference Model), the technological aspects of digital platform design are demonstrated. The fundamental requirements for public services hosted on the platform are examined. A generic digital twin architecture is described as a set of interacting heterogeneous asset models. The model development process and deployment schemes across platform components and applications are specified. As a case study, models deployed according to the proposed scheme are employed to construct an integrated energy management cycle including the calculation of energy asset status indicators, automated determination, and execution of control actions. The proposed design decisions are formally justified using algebraic methods based on category theory.

**Keywords:** digital transformation; digital twin; digital platform; interoperability; energy management; category theory

**DOI:** 10.14357/08696527260104

**EDN:** IZQIDP

### References

1. Prokhorov, A., and L. Konik. 2019. *Tsifrovaya transformatsiya. Analiz, trendy, mirovoy opyt* [Digital transformation: Analysis, trends, and global experience]. 2nd ed. Moscow: ComNews Group. 368 p.

2. Boychenko, A. V., and O. V. Lukinova. 2018. Metodologicheskie aspekty tselepolaganiya pri perekhode k tsifrovoy ekonomike [Methodological aspects of goal setting in the transition to a digital economy]. *Otkrytoe obrazovanie* [Open Education] 24(4):74–83. doi: 10.21686/1818-4243-2018-4-74-83. EDN: XWLSSD.
3. Singh, M., E. Fuenmayor, E. P. Hinchy, Y. Qiao, N. Murray, and D. Devine. 2021. Digital twin: Origin to future. *Applied System Innovation* 4(2):36. 19 p. doi: 10.3390/asi4020036. EDN: GILKQ.
4. Pronost, G., F. Mayer, M. Camargo, and L. Dupont. 2023. Digital twins along the product lifecycle: A systematic literature review of applications in manufacturing. *Digital Twin* 3:3. doi: 10.12688/digitaltwin.17807.1. EDN: DVDFOO.
5. Li, J., and X. Liu. 2024. Empowering fashion design and intelligent manufacturing with digital twins in the metaverse era. *Asian Social Science* 20(4):39–48. doi: 10.5539/ass.v20n4p39. EDN: WTVUNA.
6. Acharya, S., A. A. Khan, and T. Päivärinta. 2024. Interoperability levels and challenges of digital twins in cyber-physical systems. *J. Industrial Information Integration* 42:100714. 13 p. doi: 10.1016/j.jii.2024.100714.
7. Petrov, A. M., and V. A. Markov. 2024. Natsional’nyy proekt “Ekonomika dannykh i tsifrovaya transformatsiya gosudarstva”: ot kontseptsii k realizatsii [National project “Data economy and digital transformation of the state”: From concept to implementation]. *Ekonomicheskie nauki* [Economic Sciences] 10(239):175–186. doi: 10.14451/1.239.175. EDN: GKHWR.
8. Nepsha, F., N. Shubin, A. A. Andrievsky, and A. Golovin. 2021. Development of energy management system based on a digital platform. *Ural-Siberian Smart Energy Conference Proceedings*. IEEE. 120–124. doi: 10.1109/USSEC53120.2021.9655765. EDN: MOJFRH.
9. Yassin, M. A. M., A. Shrestha, and S. Rabie. 2023. Digital twin in power system research and development: Principle, scope, and challenges. *Energy Reviews* 2(3):100039. 15 p. doi: 10.1016/j.enrev.2023.100039.
10. Fu, X., E. Avenyo, and P. Ghauri. 2021. Digital platforms and development: A survey of the literature. *Innovation Development* 11(2-3):303–321. doi: 10.1080/2157930X.2021.1975361.
11. Lukinova, O. V. 2016. Metodologicheskie aspekty upravleniya zhiznennym tsiklom informatsionnoy sistemy na osnove instrumentov funktsional’noy standartizatsii [Methodological aspects of information system life cycle management based on functional standardization tools]. *Programmnye produkty i sistemy* [Software Systems] 29(4):27–35. EDN: XVIGAB.
12. IEEE Std 1003.0-1995. 1995. IEEE guide to the POSIX open system environment (OSE). New York, NY: IEEE. 194 p.
13. Kloppenburg, S., and M. Boekelo. 2019. Digital platforms and the future of energy provisioning: Promises and perils for the next phase of the energy transition. *Energy Research Social Science* 49:68–73. doi: 10.1016/j.erss.2018.10.016.
14. Steindl, G., M. Stagl, L. Kasper, W. Kastner, and R. Hofmann. 2020. Generic digital twin architecture for industrial energy systems. *Appl. Sci. — Basel* 10(24):8903. 20 p. doi: 10.3390/app10248903.
15. Kovalyov, S. P. 2020. Proektirovanie informatsionnogo obespecheniya tsifrovyykh dvoynikov energeticheskikh sistem [Information architecture of the power system dig-

- ital twin]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 30(1):66–81. doi: 10.14357/08696527200106. EDN: UNOOKU.
16. Redeker, M., J. Weskamp, B. Rössl, and F. Pethig. 2022. A digital twin platform for Industrie 4.0. *Data spaces*. Eds. E. Curry, S. Scerri, and T. Tuikka. Cham: Springer. 173–201. doi: 10.1007/978-3-030-98636-0\_9.
  17. Hartmann, D., and H. van der Auweraer. 2020. Digital twins. Cornell University. 10 p. Available at: <https://arxiv.org/pdf/2001.09747> (accessed March 11, 2026).
  18. Mordecai, Y., J. P. Fairbanks, and E. F. Crawley. 2021. Category-theoretic formulation of the model-based systems architecting cognitive-computational cycle. *Appl. Sci. — Basel* 11(4):1945. 30 p. doi: 10.3390/app11041945.
  19. Kovalyov, S. P. 2013. Semantika aspektno-orientirovannogo modelirovaniya dannyykh i protsessov [Semantics of aspect-oriented modeling of data and processes]. *Informatika i ee Primenenie — Inform. Appl.* 7(3):70–80. EDN: RFLJMP.
  20. Kovalyov, S. P. 2023. Razrabotka platformy upravleniya raspredelennymi energeticheskimi resursami na baze tsifrovogo dvoynika [Development of a platform for distributed energy resources management on the basis of a digital twin]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, Automation, Control] 24(3):131–141. doi: 10.17587/mau.24.131-141. EDN: JVSPVV.
  21. Kovalyov, S. P., and O. V. Lukinova. 2025. Designing a power system digital twin as a core of the domain-aware digital platform. *Russian Smart Industry Conference (International) Proceedings*. IEEE. 550–554. doi: 10.1109/SmartIndustryCon65166.2025.10986064.

Received June 17, 2025

Accepted March 15, 2026

## Contributors

**Kovalyov Sergey P.** (b. 1972) — Doctor of Science in physics and mathematics, leading scientist, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya Str., Moscow 117997, Russian Federation; kovalyov@sibnet.ru

**Lukinova Olga V.** (b. 1966) — Doctor of Science in technology, leading scientist, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya Str., Moscow 117997, Russian Federation; lobars@mail.ru

## О СКАЛЯРНЫХ КОВАРИАЦИОННО-СДВИГОВЫХ СМЕСЯХ НОРМАЛЬНЫХ ЗАКОНОВ КАК СТАЦИОНАРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ МНОГОМЕРНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ\*

*В. Ю. Королев<sup>1</sup>, Н. Р. Романюк<sup>2</sup>*

**Аннотация:** Рассмотрена задача описания стационарного распределения для многомерного стохастического разностного уравнения — схемы многомерной авторегрессии первого порядка со случайными коэффициентами. Показано, что любая скалярная ковариационно-сдвиговая смесь многомерных нормальных распределений может являться стационарным распределением в указанной схеме. Характерной чертой таких смесей является то, что смешивание проводится по скалярному параметру, на который одновременно умножаются вектор математических ожиданий и ковариационная матрица; таким образом, они оказываются жестко связаны афинной зависимостью. Подобные смеси хорошо зарекомендовали себя при моделировании статистических закономерностей в различных областях. Установлено, что для любой скалярной ковариационно-сдвиговой смеси многомерных нормальных распределений можно подобрать коэффициенты стохастического разностного уравнения так, чтобы данная смесь была его стационарным распределением. Обсуждается соответствие между результирующей смесью и поведением коэффициентов, порождающих данное стационарное распределение. Также рассматривается в некотором смысле обратная задача: существует ли стационарное распределение у стохастического разностного уравнения с заданными коэффициентами и как оно может выглядеть. Предложен некоторый вариант достаточных условий существования стационарного распределения стохастического разностного уравнения.

**Ключевые слова:** стохастическое разностное уравнение; стационарное распределение

**DOI:** 10.14357/08696527260105

**EDN:** PIYIEJ

---

\*Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345.

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики; Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, vkorolev@cs.msu.ru

<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, nikita200993@gmail.com

## 1 Введение

Пусть  $d \in \mathbb{N}$ . В данной статье рассматриваются случайные векторы, принимающие значения в  $d$ -мерном евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^d$ . Символ  $\mathbf{x}$  будет обозначать вектор-столбец  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^\top$ . Евклидова норма вектора  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$  будет обозначаться  $\|\mathbf{x}\|$ . Вектор, все координаты которого равны нулю, будет обозначаться  $\mathbf{0}$ .

Не ограничивая общность, будем считать, что все случайные величины и случайные векторы, участвующие в приводимых ниже построениях, определены на одном вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ . Математическое ожидание по отношению к вероятностной мере  $\mathbb{P}$  будем обозначать  $\mathbb{E}$ . Борелевская  $\sigma$ -алгебра множеств из  $\mathbb{R}^d$  будет обозначаться  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ .

Совпадение распределений будет обозначаться символом  $\stackrel{d}{=}$ , произведение независимых случайных элементов будет обозначаться символом  $\circ$ . Индикаторная функция множества  $A$  будет обозначаться  $I_A(\mathbf{z})$ : если  $\mathbf{z} \in A$ , то  $I_A(\mathbf{z}) = 1$ ; иначе  $I_A(\mathbf{z}) = 0$ .

В данной статье рассматривается стационарное распределение процесса многомерной авторегрессии первого порядка со случайными коэффициентами, а именно: пусть  $\mathbf{Y}_1$  — произвольный случайный вектор. Рассмотрим последовательность случайных векторов  $\{\mathbf{Y}_n\}_{n \geq 1}$ , задаваемую рекуррентным соотношением

$$\mathbf{Y}_{n+1} = \mathbf{Y}_n + \boldsymbol{\alpha}_{n+1}(\mathbf{Y}_n) + \beta_{n+1}(\mathbf{Y}_n) \circ \mathbf{X}_{n+1}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где  $\{\mathbf{X}_n\}_{n \geq 1}$  — последовательность независимых  $d$ -мерных случайных векторов, имеющих одно и то же нормальное распределение  $\mathcal{N}_{d, \Sigma}$  с нулевым вектором математических ожиданий и ковариационной матрицей  $\Sigma$ ;  $\boldsymbol{\alpha}_{n+1}(\mathbf{u})$  — вектор-функция,  $\boldsymbol{\alpha}_{n+1}(\mathbf{u}) : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ ;  $\beta_{n+1}(\mathbf{u})$  — положительная функция,  $\beta_{n+1}(\mathbf{u}) : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}_+$ .

Последовательности вида (1) — «допредельные» дискретные аналоги стохастических дифференциальных уравнений, называемые стохастическими разностными уравнениями, — применяются в качестве моделей наблюдаемых процессов во многих областях. В частности, в работах [1, 2] при анализе потоков тепла между атмосферой и океаном была использована модель стохастических дифференциальных уравнений с неизвестными случайными коэффициентами. Изучение поведения таких последовательностей важно, чтобы понять, какие условия управляют поведением рассматриваемых физических процессов.

В статье [3] результаты работы [2] распространены на произвольные дисперсионно-сдвиговые смеси многомерных нормальных законов и продемонстрировано, что произвольная дисперсионно-сдвиговая смесь многомерных нормальных законов может быть стационарным распределением стохастического разностного уравнения — схемы авторегрессии первого порядка — со случайными коэффициентами.

В книге [4] приведены рассуждения, основанные на принципе неубывания энтропии в замкнутых системах, позволяющие связать смешивающее распределение с поведением среды, внешней по отношению к регистрируемому процессу.

В данной статье результаты работы [3] будут обобщены на скалярные дисперсионно-сдвиговые смеси многомерных нормальных законов. Также обсуждается вопрос о существовании стационарного распределения при заданных коэффициентах стохастического разностного уравнения. Эта задача в некотором смысле обратная по отношению к обсуждавшемуся в [3] вопросу о том, как должны выглядеть (случайные) коэффициенты дрейфа и диффузии для того, чтобы конкретная смесь была стационарным распределением.

Случай, когда стационарное распределение представляет собой чисто масштабную смесь многомерных нормальных законов, рассмотрен в работе [5]. Частный случай масштабных смесей нормальных законов — распределение Лапласа — был рассмотрен в работе [6].

Пусть  $\Sigma$  — симметричная положительно определенная матрица размера  $d \times d$ . Многомерное нормальное распределение с нулевым средним и матрицей ковариаций  $\Sigma$  будет обозначаться  $\mathbf{X}_{d,\Sigma}$ . Соответствующее распределение на борелевской  $\sigma$ -алгебре  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$  будет обозначаться  $\mathfrak{N}_{d,\Sigma}$  и задается плотностью

$$\varphi_{d,\Sigma}(\mathbf{x}) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}\mathbf{x}^\top \Sigma^{-1}\mathbf{x}\right\}}{(2\pi)^{d/2}|\Sigma|^{1/2}}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d.$$

Следуя работе [7], введем понятие скалярной ковариационно-сдвиговой смеси многомерных нормальных распределений. Пусть  $Z$  — неотрицательная случайная величина с функцией распределения  $F_Z(x)$ . Определим случайный  $d$ -мерный вектор  $\mathbf{Y}_{d,\Sigma}$  как

$$\mathbf{Y}_{d,\Sigma} \stackrel{d}{=} \boldsymbol{\beta} + Z\boldsymbol{\alpha} + \sqrt{Z} \circ \mathbf{X}_{d,\Sigma}, \quad (2)$$

где  $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}$  — неслучайные  $d$ -мерные векторы. Распределение вектора  $\mathbf{Y}_{d,\Sigma}$  называется скалярной ковариационно-сдвиговой смесью многомерных нормальных распределений. Это распределение задано на борелевской  $\sigma$ -алгебре  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$  и имеет вид:

$$\begin{aligned} \Psi_{d,\Sigma}(A) &= \int_0^\infty \mathbb{P}(\boldsymbol{\beta} + z\boldsymbol{\alpha} + \sqrt{z}\mathbf{X}_{d,\Sigma} \in A) dF_Z(z) = \\ &= \int_0^\infty \mathfrak{N}_{d,\Sigma}\left(z^{-1/2}(A - \boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\alpha}z)\right) dF_Z(z). \end{aligned}$$

Обратим внимание, что здесь смешивание по скалярному параметру  $z$  одновременно происходит и по сдвигу, и по ковариационной матрице, которые тем

самым оказываются жестко связанными. Такие смеси хорошо себя зарекомендовали в качестве моделей статистических закономерностей, наблюдаемых в самых разных областях (см., например, [7]) и дальнейшие ссылки в этой работе.

## 2 Основные результаты

Пусть  $\Sigma$  — произвольная симметричная положительно определенная матрица размера  $d \times d$ ,  $Z$  — произвольная невырожденная положительная случайная величина с функцией распределения  $F_Z(x)$ ,  $F_Z(0+) = 0$ . Рассмотрим соответствующий случайный вектор  $\mathbf{Y}_{d,\Sigma}$ , определяемый соотношением (2). Покажем, что его распределение  $\Psi_{d,\Sigma}(A)$  может быть стационарным распределением последовательности (1) при специальном выборе коэффициентов  $\alpha_n$  и  $\beta_n$ , тогда задача поиска стационарного распределения последовательности (1) сведется к следующей: найти функцию  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  и распределение  $\Psi_{\mathbf{Y}}(A) = \mathbb{P}(\mathbf{Y} \in A)$  на  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ , такие что

$$\mathbf{Y} \stackrel{d}{=} \beta + \alpha g(\mathbf{Y}) + \sqrt{g(\mathbf{Y})} \circ \mathbf{X}_{d,\Sigma}$$

или, что то же самое,

$$\Psi_{\mathbf{Y}}(A) = \int_{\mathbb{R}^d} \mathfrak{N}_{d,\Sigma} \left( g(\mathbf{y})^{-1/2} (A - \beta - \alpha g(\mathbf{y})) \right) \Psi_{\mathbf{Y}}(d\mathbf{y}), \quad A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d).$$

Сузим множество, в котором будем искать соответствующие векторы  $\mathbf{Y}$ , до множества векторов, имеющих вид (2). А именно: будем считать, что

$$\mathbf{Y} \stackrel{d}{=} \mathbf{Y}_{d,\Sigma} \stackrel{d}{=} \beta + \alpha Z + \sqrt{Z} \circ \mathbf{X}_{d,\Sigma}$$

с некоторой положительно определенной матрицей  $\Sigma$  и неотрицательной случайной величиной  $Z$ .

Хорошо известно, что для любой положительной случайной величины  $Z$  существует последовательность простых (принимающих конечное число значений) случайных величин  $\{Z_n\}_{n \geq 1}$ , сходящаяся к  $Z$  при  $n \rightarrow \infty$  всюду. Примером такой последовательности может служить последовательность случайных величин, определяемых следующим образом:

$$Z_n(\omega) = \sum_{k=1}^{n2^n} \frac{k}{2^n} I \left( \frac{k-1}{2^n} \leq Z(\omega) < \frac{k}{2^n} \right) + (n+1) I (Z(\omega) \geq n), \quad \omega \in \Omega, \quad n \geq 1$$

(см., например, [8]). Положим

$$p_k^{(n)} = \mathbb{P} \left( \frac{k-1}{2^n} \leq Z < \frac{k}{2^n} \right), \quad k = \overline{1, n2^n}, \quad p_{n2^n+1}^{(n)} = \mathbb{P}(Z \geq n).$$

Для каждого  $n \geq 1$  введем множества  $B_k^{(n)} \subset \mathbb{R}^d$ ,  $k = \overline{1, n2^n}$ , удовлетворяющие условиям

$$B_k^{(n)} \cap B_m^{(n)} = \emptyset \text{ при } k \neq m, \quad \bigcup_{k=1}^{n2^n+1} B_k^{(n)} = \mathbb{R}^d;$$

$$\mathbb{P}(\mathbf{Y} \in B_k^{(n)}) = p_k^{(n)}, \quad k = \overline{1, n2^n + 1}.$$

Поскольку дополнение к носителю абсолютно непрерывного распределения случайного вектора  $\mathbf{Y}$  имеет лебегову меру нуль, множества  $B_k^{(n)}$ , удовлетворяющие указанным условиям, можно определять по-разному. Рассмотрим следующий вариант построения таких множеств. Пусть

$$F(x) = \mathbb{P}(\|\mathbf{Y}\| < x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Несложно видеть, что функция распределения  $F(x)$  непрерывна и строго монотонна, поэтому существует непрерывная и строго монотонная обратная функция  $F^{-1}(p)$ ,  $p \in (0, 1)$ .

Положим

$$B_1^{(n)} = \left\{ \mathbf{y} : \|\mathbf{y}\| < F^{-1}(p_1^{(n)}) \right\};$$

$$B_k^{(n)} = \left\{ \mathbf{y} : F^{-1}(p_1^{(n)} + \dots + p_{k-1}^{(n)}) \leq \|\mathbf{y}\| < F^{-1}(p_1^{(n)} + \dots + p_k^{(n)}) \right\},$$

$$k = \overline{2, n2^n};$$

$$B_{n2^n+1}^{(n)} = \left\{ \mathbf{y} : \|\mathbf{y}\| \geq F^{-1}(p_1^{(n)} + \dots + p_{n2^n}^{(n)}) \right\}.$$

Такие множества  $B_k^{(n)}$  представляют собой  $d$ -мерные кольца. Определим функцию:

$$g_n(\mathbf{y}) = \frac{1}{2^n} I_{B_1^{(n)}}(\mathbf{y}) + \frac{2}{2^n} I_{B_2^{(n)}}(\mathbf{y}) + \dots + n I_{B_{n2^n}^{(n)}}(\mathbf{y}) + (n+1) I_{B_{n2^n+1}^{(n)}}(\mathbf{y}).$$

Заметим, что  $p_k^{(n)} = p_{2k-1}^{(n+1)} + p_{2k}^{(n+1)}$  и, как следствие,  $B_k^{(n)} = B_{2k-1}^{(n+1)} \sqcup B_{2k}^{(n+1)}$ . Для любого  $y$  начиная с некоторого  $n_0$  последовательность  $g_n(\mathbf{y})$  не возрастает и ограничена снизу, а следовательно, имеет предел. Обозначим за  $g(\mathbf{y})$  этот предел. Несложно видеть, что  $Z_n \stackrel{d}{=} g_n(\mathbf{Y})$  при каждом  $n \geq 1$ , так что

$$\mathbf{Y} \stackrel{d}{=} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\alpha} Z + \sqrt{Z} \circ \mathbf{X}_{d,\Sigma} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\alpha} Z_n + \sqrt{Z_n} \circ \mathbf{X}_{d,\Sigma} \right) \stackrel{d}{=} \\ \stackrel{d}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\alpha} g_n(\mathbf{Y}) + \sqrt{g_n(\mathbf{Y})} \circ \mathbf{X}_{d,\Sigma} \right) = \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\alpha} g(\mathbf{Y}) + \sqrt{g(\mathbf{Y})} \circ \mathbf{X}_{d,\Sigma}.$$

Таким образом, доказано следующее утверждение.

**Теорема 1.** Для любой случайной величины  $\mathbf{Y}$  вида (2) существует функция  $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}_+$  такая, что

$$\mathbf{Y} \stackrel{d}{=} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\alpha}g(\mathbf{Y}) + \sqrt{g(\mathbf{Y})} \circ \mathbf{X}_{d,\Sigma}.$$

Возвращаясь к исходной задаче, докажем следующую теорему.

**Теорема 2.** Любое распределение вида (2) представляет собой стационарное распределение последовательности (1) при некотором выборе коэффициентов последовательности и начального значения.

*Доказательство.* Обозначим, как и выше, через  $\Psi_{d,\Sigma}$  распределение из семейства (2), а через  $g(\mathbf{y})$  — функцию из теоремы 1, построенную по распределению  $F$ . Положим  $\beta_n(\mathbf{y}) = \sqrt{g(\mathbf{y})}$ ,  $\alpha_n(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\alpha}g(\mathbf{y})$ , а  $Y_0$  распределенным согласно закону  $\Psi_{d,\Sigma}$ . Тогда очевидно, что стационарным распределением такой последовательности будет распределение  $\Psi_{d,\Sigma}$ .

Итак, показано, что, какова бы ни была скалярная дисперсионно-сдвиговая смесь многомерных нормальных распределений, можно указать стохастическое разностное уравнение с коэффициентами, специально подобранными таким образом, чтобы заданная смесь оказалась стационарным распределением такого уравнения. В заключение обсудим в некотором смысле обратную задачу: существует ли стационарное распределение у стохастического разностного уравнения с заданными коэффициентами и как оно может выглядеть.

Для наглядности рассмотрим одномерный случай. В таком случае разностное уравнение (1) принимает вид:

$$Y_{n+1} = Y_n + \alpha_{n+1}(Y_n) + \beta_{n+1}(Y_n) \circ X_{n+1}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (3)$$

где  $\{Y_n\}_{n \geq 1}$  — последовательность случайных величин;  $\alpha_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  — вещественная функция;  $\beta_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  — положительная функция для каждого  $n \in \mathbb{N}$ ;  $X_1, X_2, \dots$  — независимые случайные величины, имеющие одинаковое стандартное нормальное распределение. Соотношение (3) представляет собой частный случай одномерного процесса авторегрессии первого порядка со случайными коэффициентами.

Пусть  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in (0, \infty)$ ,  $Z$  — произвольная невырожденная положительная случайная величина с функцией распределения  $F_Z(x)$ ,  $F_Z(0+) = 0$ . Рассмотрим дисперсионно-сдвиговую смесь

$$F(x) = \int_0^\infty \Phi\left(\frac{x - ay}{b\sqrt{y}}\right) dF_Z(y), \quad x \in \mathbb{R}, \quad (4)$$

где  $a \in \mathbb{R}$ ;  $0 < b < \infty$ . В работе [3] показано, что если в соотношении (4) функция распределения  $F_Z(x)$  непрерывна и строго монотонна, то существует

непрерывная и строго монотонная обратная функция  $F_Z^{-1}$  и указанная в теореме 1 функция  $g(y)$  может иметь вид:

$$g(y) = F_Z^{-1}(F(y)) \text{ или } g(y) = F_Z^{-1}(1 - F(y)), \quad y \in \mathbb{R}. \quad (5)$$

Поэтому одному и тому же стационарному распределению могут соответствовать разные коэффициенты  $\alpha_n$  и  $\beta_n$ . Более того, множества  $B_k^{(n)}$  также можно выбирать по-разному. Таким образом, вообще говоря, однозначно восстановить коэффициенты  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  по распределению  $F$  нельзя. Однако соотношениями (5) можно воспользоваться для ответа на поставленные выше вопросы, а именно: воспользуемся левым представлением в соотношении (5). Как показано в [3], если функция распределения  $F(x)$  имеет вид (4), в котором функция распределения  $F_Z$  непрерывна и строго монотонна, и в соотношении (3) коэффициенты  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  имеют вид:

$$\alpha_n(u) = aF_Z^{-1}(F(u)) - u; \quad \beta_n(u) = b\sqrt{F_Z^{-1}(F(u))}, \quad u \in \mathbb{R}, \quad n \geq 1,$$

то функция распределения  $F(x)$  соответствует стационарному распределению последовательности (3). Заметим, что в таком случае коэффициенты  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  связаны соотношением:

$$\alpha_n(u) = \frac{a}{b^2\beta_n^2(u)} - u. \quad (6)$$

Поэтому можно предложить следующий вариант достаточных условий существования стационарного распределения стохастического разностного уравнения.

**Теорема 3.** Пусть коэффициенты  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  связаны соотношением (6). Если найдется пара функций распределения  $F_Z$  и  $F$ , связанных соотношением (4) с некоторыми  $a \in \mathbb{R}$  и  $b > 0$ , причем

$$F_Z\left(\frac{\beta_n^2(u)}{b}\right) = F(u), \quad u \in \mathbb{R},$$

то функция распределения  $F$  соответствует стационарному распределению стохастического разностного уравнения (3).

Аналогично достаточные условия можно получить, воспользовавшись правым соотношением в (5).

## Литература

1. Беляев К. П., Горшенин А. К., Королев В. Ю., Плеханов А. Д. Статистический анализ внутри- и межгодовой изменчивости экстремальных значений явных и скрытых потоков тепла в Северной Атлантике за 1979–2021 гг. // Известия РАН. Физика атмосферы и океана, 2022. Т. 58. Вып. 6. С. 720–736.

2. *Belyaev K. P., Gorshenin A. K., Korolev V. Yu., Osipova A. A.* Comparison of statistical approaches for reconstructing random coefficients in the problem of stochastic modeling of air–sea heat flux increments // *Mathematics*, 2024. Vol. 12. No. 2. Art. 288. 21 p. doi: 10.3390/math12020288. EDN: OEMJSN.
3. *Королев В. Ю., Романюк Н. Р.* О дисперсионно-сдвиговых смесях нормальных законов как стационарных распределениях стохастического разностного уравнения со случайными коэффициентами // *Информатика и её применения*, 2026. Т. 20. Вып. 1. С. 30–38. doi: 10.14357/19922264260104. EDN: ZSEJYN.
4. *Гнеденко Б. В., Королев В. Ю.* Случайное суммирование: предельные теоремы и приложения. — М.: Изд-во МГУ, 1996. 267 с.
5. *Королев В. Ю., Романюк Н. Р.* О стационарном распределении для многомерного стохастического разностного уравнения со случайными коэффициентами // *Вестник Московского университета. Сер. 15: Вычислительная математика и кибернетика*, 2026. Вып. 2. В печати.
6. *Беляев К. П., Королев В. Ю., Романюк Н. Р.* О распределении Лапласа как стационарном распределении для стохастического разностного уравнения со случайными коэффициентами // *Лобачевский ж. математики*, 2025. Т. 46. № 6. С. 2748–2757. EDN: FWUGTV.
7. *Korolev V. Yu., Zeifman A. I.* On normal variance-mean mixtures as limit laws for statistics with random sample sizes // *J. Stat. Plan. Infer.*, 2016. Vol. 169. P. 34–42. doi: 10.1016/j.jspi.2015.07.007. EDN: WPFAPH.
8. *Ширяев А. Н.* Вероятность. — М.: Наука, 1989. 640 с.

*Поступила в редакцию 15.01.2026*

*Принята к публикации 15.03.2026*

---

---

## ON SCALAR COVARIANCE-MEAN NORMAL MIXTURES AS STATIONARY DISTRIBUTIONS FOR MULTIVARIATE STOCHASTIC DIFFERENCE EQUATIONS

*V. Yu. Korolev<sup>1,2</sup> and N. R. Romanyuk<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskie Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation

<sup>2</sup>Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

**Abstract:** The paper addresses the problem of describing the stationary distribution for a multivariate stochastic difference equation, specifically, a first-order multivariate autoregressive scheme with random coefficients. It is demonstrated that any scalar covariance-mean mixture of multivariate normal distributions can serve as a stationary distribution within this framework. Such mixtures are characterized by a scalar mixing parameter that simultaneously scales both the vector

of expectations and the covariance matrix, thereby establishing an affine dependence between them. These mixtures have proven effective for modeling statistical regularities observed in various disciplines. It is proved that for any scalar covariance-mean mixture of multivariate normal distributions, it is possible to define a stochastic difference equation with appropriate coefficients for which the given mixture is a stationary distribution. The correspondence between the resulting mixture and the behavior of the coefficients that generate the corresponding stationary distribution is discussed. Also, a problem is considered that is in some sense inverse to that was mentioned above: does there exist a stationary distribution for a stochastic difference equation with given coefficients and if yes, then what does it look like. A version of sufficient conditions for the existence of such a stationary distribution for the stochastic difference equation is presented.

**Keywords:** stochastic difference equation; stationary distribution

**DOI:** 10.14357/08696527260105

**EDN:** PIYIEJ

## Acknowledgments

The research is supported by the Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics (the grant of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation No. 075-15-2025-345).

## References

1. Belyaev, K. P., A. K. Gorshenin, V. Yu. Korolev, and A. D. Plekhanov. 2022. Statistical analysis of intra- and interannual variability of extreme values of sensible and latent heat fluxes in the North Atlantic in 1979–2021. *Izv. Atmos. Ocean. Phy.* 58(6):609–624. doi: 10.1134/s0001433822060044. EDN: MZDEXI.
2. Belyaev, K. P., A. K. Gorshenin, V. Yu. Korolev, and A. A. Osipova. 2024. Comparison of statistical approaches for reconstructing random coefficients in the problem of stochastic modeling of air–sea heat flux increments. *Mathematics* 12(2):288. 21 p. doi: 10.3390/math12020288. EDN: OEMJSN.
3. Korolev, V. Yu., and N. R. Romanyuk. 2026. O dispersionno-sdvigovykh smesyakh normal'nykh zakonov kak statsionarnykh raspredeleniyakh stokhasticheskogo raznostnogo uravneniya so sluchaynymi koeffitsientami [On normal variance-mean mixtures as stationary distributions of a stochastic difference equation with random coefficients]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 20(1):30–38. doi: 10.14357/19922264260104. EDN: ZSEJYN.
4. Gnedenko, B. V., and V. Yu. Korolev. 1996. *Random summation: Limit theorems and applications*. Boca Raton, FL: CRC Press. 267 p.
5. Korolev, V. Yu., and N. R. Romanyuk. 2026 (in press). On a stationary distribution for the multivariate stochastic difference equation with random coefficients. *Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics*.
6. Belyaev, K. P., V. Yu. Korolev, and N. R. Romanyuk. 2025. On the Laplace distribution as a stationary distribution for the stochastic difference equation with random coefficients. *Lobachevskii J. Mathematics* 46(6):2748–2757. doi: 10.1134/S1995080225608161. EDN: FWUGTV.

7. Korolev, V. Yu., and A. I. Zeifman. 2016. On normal variance-mean mixtures as limit laws for statistics with random sample sizes. *J. Stat. Plan. Infer.* 169:34–42. doi: 10.1016/j.jspi.2015.07.007. EDN: WPFAPH.
8. Shiryaev, A. N. 1996. *Probability*. 2nd ed. Berlin–New York: Springer. 623 p.

*Received January 15, 2026*

*Accepted March 15, 2026*

## Contributors

**Korolev Victor Yu.** (b. 1954) — Doctor of Science in physics and mathematics, professor, head of Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskie Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation; leading scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; vkorolev@cs.msu.su

**Romanyuk Nikita Romanovich** (b. 1993) — PhD student, Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskie Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation; nikita200993@gmail.com

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ГЕНЕРАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО КОНТЕНТА\*

*А. В. Босов<sup>1</sup>, А. В. Иванов<sup>2</sup>*

**Аннотация:** Статья представляет завершающий результат исследования задачи применения генеративно-сопоставительных нейронных сетей (GAN — Generative Adversarial Networks) для создания образовательного контента. В качестве альтернативы классическим глубоким сверточным сетям, характеризующимся значительной сложностью обучения и накладывающим ограничения на виды генерируемого контента, выбраны генеративные сети Васерштейна. Обзор практических применений показывает наличие ряда преимуществ данного вида сетей. В представленном исследовании сеть Васерштейна со штрафом на норму градиента (WGAN-GP — Wasserstein GAN with Gradient Penalty) применена к задаче генерации вектора параметров экзаменационных билетов. Для обучения и тестирования использован созданный ранее и размеченный экспертами набор математических задач для проведения итоговых экзаменов по курсу «Теория функций комплексного переменного» (ТФКП). Практическая генерация показала преимущество в стабильности процесса обучения и возможность получения более высокого качества генерации. Дополнительно предложены оценки качества генерируемого образовательного контента на основе дивергенции Кульбака–Лейблера.

**Ключевые слова:** образовательный контент; машинное обучение; дискретные распределения; генеративные модели; генеративно-сопоставительные сети; сети Васерштейна

**DOI:** 10.14357/08696527260106

**EDN:** FELMPG

### 1 Введение

Глубокие сверточные генеративные сети (Deep Convolutional GAN, DCGAN) продолжают набирать популярность в научных исследованиях и практических применениях. Это весьма успешная технология генерации разнообразного контента, в первую очередь графического и мультимедийного. В работах [1, 2] в отличие от традиционных типов контента была сделана попытка использовать данную технологию в задаче моделирования экзаменационных билетов — типичной задаче генерации образовательного контента [3]. Получение результата,

---

\*Работа выполнена с использованием инфраструктуры Центра коллективного пользования «Высокопроизводительные вычисления и большие данные» (ЦКП «Информатика») ФИЦ ИУ РАН (г. Москва).

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, avbosov@iriga.ru

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, aivanov@iriga.ru

как и у многих других исследователей, привело к ряду проблем, характерных для DCGAN. К ним можно отнести как достаточно известные и упоминаемые во многих публикациях проблемы отсутствия сходимости и коллапса режима, так и более специфичную проблему — неудовлетворительную работу сетей DCGAN с дискретными распределениями. Последний факт обусловлен тем, что такие сети в принципе не могут иметь дискретных переменных на выходе, так как в этом случае функция генератора становится недифференцируемой [4]. Сеть может аппроксимировать дискретные значения непрерывными, однако такой подход приемлем не во всех сценариях. Кроме того, наличие такой аппроксимации затрудняет процесс обучения сети, который для классических глубоких сверточных сетей сам по себе весьма нестабилен. Подробный анализ причин этой проблемы приведен в [5].

Было предпринято много попыток адаптировать генеративные сети (GAN, не только сверточные) к дискретным данным. Первоначально для этого использовалась стратегия обучения с подкреплением (Reinforced Learning) [6]. Затем недостатки этой стратегии привели к появлению других методов, в частности трюка Gumbel-Softmax [7]. Этот метод позволяет заменить дискретные переменные их дифференцируемыми эквивалентами. Одновременно создавались другие модификации сетей, повышающие стабильность процесса обучения. Важным примером такой модификации служит сеть Васерштейна (WGAN) [8]. Ее отличие заключается в том, что вместо дивергенции Дженсена–Шеннона, не везде непрерывной и потому не всегда способной дать нужный для обучения сети сигнал, в качестве целевой функции используется специализированная метрика, названная по имени автора метрикой Васерштейна. В отличие от метрики Дженсена–Шеннона она не «теряет чувствительность», когда распределения не пересекаются, т. е. когда градиенты равны нулю, а продолжает измерять расстояние между вероятностями. Принято считать, что благодаря этому метрика Васерштейна дала GAN второй шанс.

Хотя стабильность обучения сетей WGAN значительно выше, тем не менее в ходе обучения все еще могут возникать ситуации отсутствия сходимости или генерации неудовлетворительных данных. Одна из причин этого заключается в использовании ограничения значений весов WGAN заданным интервалом (клиппинг), применяемое для обеспечения выполнения условия Липшица для сети дискриминатора [9]. В связи с этим было предложено альтернативное решение, состоящее в использовании штрафа на норму градиента, вычисляемого для случайных выборок [9]. Такой вариант сети получил название WGAN-GP.

Выводы о преимуществах сетей WGAN по сравнению с DCGAN в том или ином виде можно обнаружить в примерах решения реальных задач. Так, в задачах классификации медицинских изображений регулярна ситуация, когда исходные наборы изображений несбалансированы, представители распределений определенных классов присутствуют в них в меньшинстве. Улучшить набор данных можно за счет обогащения его синтетическими изображениями, однако при их генерации сети DCGAN могут коллапсировать, выдавать однотипные паттер-

ны. Сети WGAN-GP дают стабильность, сохраняют разнообразие и реализм. Например, в работе [10] показано высокое качество генерации синтетических снимков сетчатки для задач классификации патологий (диабетической ретинопатии), а в [11] за счет генерации синтетических изображений магнитно-резонансной томографии (МРТ) авторам удалось улучшить балансировку классов и значительно повысить точность классификации при диагностике болезни Альцгеймера. В [12] для обогащения ограниченного набора реальных данных выполнен синтез изображений костей, полученных методом двухэнергетической компьютерной томографии, используемых для диагностики отека костного мозга.

В той же прикладной области есть другая по своей сути задача реконструкции/восстановления медицинских изображений. Решают ее в условиях, когда данные «слишком» дискретные, имеют низкое разрешение, шумные или неполные. Здесь требуется, чтобы функция потерь генеративной сети всегда могла обеспечить полезный сигнал обратной связи для обучения, устойчивый при сложных и высокоразмерных данных. Функции потерь классических сетей GAN не всегда могут его предоставить. Так, в работе [13] выполняется реконструкция снимков МРТ, а в работе [14] — изображений, полученных методом позитронно-эмиссионной томографии с малым счетом фотонов.

Есть задачи повышения качества изображений (не только медицинских) и очистки их от шумов. Сложность подобных алгоритмов высока, а сети DCGAN в таких задачах склонны давать артефакты или коллапсы режима. Так, в работе [15] сеть WGAN используется в комбинации с условной сетью GAN для очистки полутоновых изображений от шума. Авторы отмечают, что WGAN снижает риск коллапса режима и стабилизирует обучение. В обзоре [16] отмечается сложность обучения классических GAN, а WGAN рассматривается как перспективный вариант снижения этой сложности на задачах очистки изображений от шума.

По мнению авторов статьи, особую эффективность демонстрирует WGAN в задачах генерации данных, которые не являются изображениями: дискретных сигналов, временных рядов, табличных данных и пр. Опять-таки для медицинских приложений характерный тип таких данных — это ЭЭГ (электроэнцефалография). Например, в статьях [17, 18] показано, что WGAN может генерировать правдоподобные сигналы ЭЭГ, а синтетические данные улучшают классификацию по сравнению с базовыми методами.

Надо подчеркнуть, что медицинская область — богатый источник таких задач, но не единственный. Так, в [19] алгоритм обучения WGAN применен для синтеза распределений стохастических процессов/решений стохастических дифференциальных уравнений для восстановления сложных распределений на основе разреженных измерений. А в работе [20] реализована генерация дискретных табличных данных. Таким образом, имеются как минимум три примера, где сеть WGAN применена к генерации данных, не являющихся изображениями.

Не претендуя на сколь-либо полный обзор приложений сетей WGAN, надо отметить, что в самых свежих работах именно сети WGAN позволяют спра-

виться с генерацией данных, которые не являются изображениями и при этом дискретны. Соответственно, те проблемы, которые были выявлены при попытке использовать DCGAN для генерации экзаменационных билетов [1, 2], исходя из представленного опыта использования WGAN, также могут быть решены, а результаты получены с меньшими трудностями. В то же время потенциально более высокое качество генерируемых сетью результатов ставит вопрос оценки качества этих результатов. Таким образом, целью данного исследования ставится попытка применить сеть WGAN-GP к задаче моделирования экзаменационных билетов, сформулировать критерий оценки качества генерации сети и сопоставить результаты генерации обычной сети DCGAN и сети WGAN-GP.

## 2 Исходные данные

В качестве исходных данных для генеративной модели выступают 100 векторов, сформированных из экзаменационных билетов по курсу ТФКП, подготовленных экспертами. Это тот же набор данных, который был использован ранее в [1] для обучения сети DCGAN. Билет содержит 5 задач, всего в наборе используются 485 уникальных задач. Каждая задача представлена в виде комбинации атрибутов  $T_i, D_i, C_i, i = \overline{1, 5}$ . Здесь  $T_i \in \{t_j\}_{j=1}^9 = \{1, \dots, 9\}$  — одна из имеющихся девяти тематик (разделов ТФКП);  $D_i \in \{d_j\}_{j=1}^7 = \{1, \dots, 7\}$  — один из имеющихся семи уровней сложности (определенных экспертами, подготовившими билеты);  $\mathbf{c}_i = [c_{i,1}, c_{i,2}, \dots, c_{i,20}]$ ,  $c_{i,j} \in \{0, 1\}$  — 20-мерный вектор компетенций, каждый компонент которого определяет принадлежность задачи к соответствующей компетенции (перечень задан федеральным стандартом). Значения данных векторов в используемом наборе образуют 109 уникальных групп компетенций. С учетом этого можно рассматривать атрибут компетенций как скалярное значение  $C_i \in \{c_j\}_{j=1}^{109} = \{1, \dots, 109\}$ .

Для обучения сети размерность вектора  $\mathbf{c}_i$  была снижена вдвое. Новый вектор  $\overline{\mathbf{c}}_i = [\overline{c}_{i,1}, \overline{c}_{i,2}, \dots, \overline{c}_{i,10}]$ ,  $\overline{c}_{i,j} \in \{0, \dots, 3\}$ , составлен так, что каждый его компонент принимает значения от 0 до 3, кодируя два смежных значения исходного вектора  $\mathbf{c}_i$ .

Таким образом, модель билета может быть описана как

$$E_{\text{ticket}} = \text{col}(T_1, D_1, C_1, T_2, \dots, C_5).$$

После подготовки векторов все элементы обучающей выборки были нормализованы.

## 3 Алгоритмы

Для реализации расчетных процедур использовалась версия [https://github.com/keras-team/keras-io/blob/master/examples/generative/wgan\\_gp.py](https://github.com/keras-team/keras-io/blob/master/examples/generative/wgan_gp.py) обучающего алгоритма WGAN-GP для библиотеки Keras 2.0 (<https://keras.io/>). Модели генератора и дискриминатора заимствованы из [1].

После того как был получен работающий алгоритм, встал вопрос сравнения качества контента, генерируемого разными типами сетей, возникла необходимость в дополнительном инструменте.

Стандартным средством контроля процесса обучения генеративных моделей считаются метрики потерь генератора и дискриминатора. Эти метрики помогают выявить многие виды отказов обучения моделей, однако они не позволяют оценить, завершился процесс обучения или нет. После начального этапа процесса обучения, сопровождающегося значительными колебаниями уровня потерь, в дальнейшем эти потери могут снижаться, сохраняться на прежнем уровне или расти. При этом по графикам потерь невозможно оценить, происходит ли улучшение результатов, генерируемых моделью, или же ее обучение завершено и улучшения результатов не происходит. В связи с этим необходим критерий для оценки качества генерируемого сетью контента. Такого рода критерии качества широко используются при обучении сетей для генерации изображений. Известным примером служит метрика Inception Score [21].

Так как для рассматриваемой генеративной модели экзаменационных билетов подобного критерия оценки качества не существовало, был сделан свой алгоритм вычисления такой оценки. В его основе лежит использование дивергенции Кульбака–Лейблера [22], которая традиционно используется как числовая оценка сходства двух распределений вероятности.

У каждого задания билета имеются атрибуты темы, сложности и компетенций  $T_i$ ,  $D_i$  и  $C_i$ . Для каждого из этих атрибутов можно взять последовательность их значений  $\{x_j\}_{j=1}^L$  и вычислить частоты встречаемости этих значений  $p_{ij}$  в обучающем наборе билетов и  $q_{ij}$  в сгенерированном наборе. После этого может быть вычислено значение дивергенции Кульбака–Лейблера:

$$D_{\text{KL}}(P_i|Q_i) = \sum_{j=1}^L p_{ij} \ln \frac{p_{ij}}{q_{ij}}.$$

Далее путем суммирования значений дивергенций для атрибута сложности всех пяти заданий билета получается оценка качества билета по атрибуту сложности. Аналогично путем суммирования значений дивергенции для атрибута темы всех заданий билета получается оценка качества билета по атрибуту темы, а путем суммирования значений дивергенции для атрибута компетенций всех заданий билета получается оценка качества билета по атрибуту компетенций.

Важно отметить, что нулевая частота встречаемости значения атрибута в сгенерированном наборе приводит к получению бесконечного значения дивергенции. Практически это делает оценку малоинформативной, так как значения, отличные от бесконечности, будут получены только при высокой степени сходства распределений. Чтобы сделать оценку более информативной, к значениям частот  $p_{ij}$  и  $q_{ij}$  было применено сглаживание Лапласа:

$$\hat{\theta}_{ij} = \frac{p_{ij} + \alpha}{N + \alpha L}, \quad j = \overline{1, L}.$$

В данном случае параметр сглаживания  $\alpha$  был выбран равным  $1/L$ .

При вычислении атрибута компетенций использовалось его скалярное представление  $C_i$ . Если в сгенерированных билетах встречалась реализация  $C_i$ , не соответствующая ни одной из 109 групп компетенций, имеющихсся в обучающем наборе билетов, такая реализация отбрасывалась.

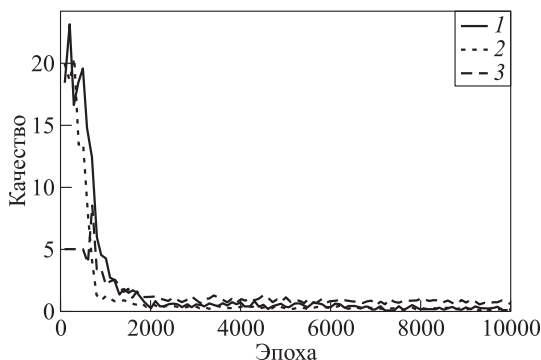
#### 4 Экспериментальная генерация и выводы

Первые эксперименты показали, что стабильность обучения сети WGAN-GP существенно превосходит стабильность сети DCGAN на используемых данных. Так, сеть DCGAN уже после 500 эпох обучения показывала постоянный рост потерь генератора и дискриминатора, сигнализирующий о «взрывающемся» градиенте. В таких условиях было практически невозможно завершить обучение сети. Потери же сети WGAN-GP оставались стабильными даже после 50 000 эпох обучения, тем самым позволяя проводить обучение сети практически без ограничений.

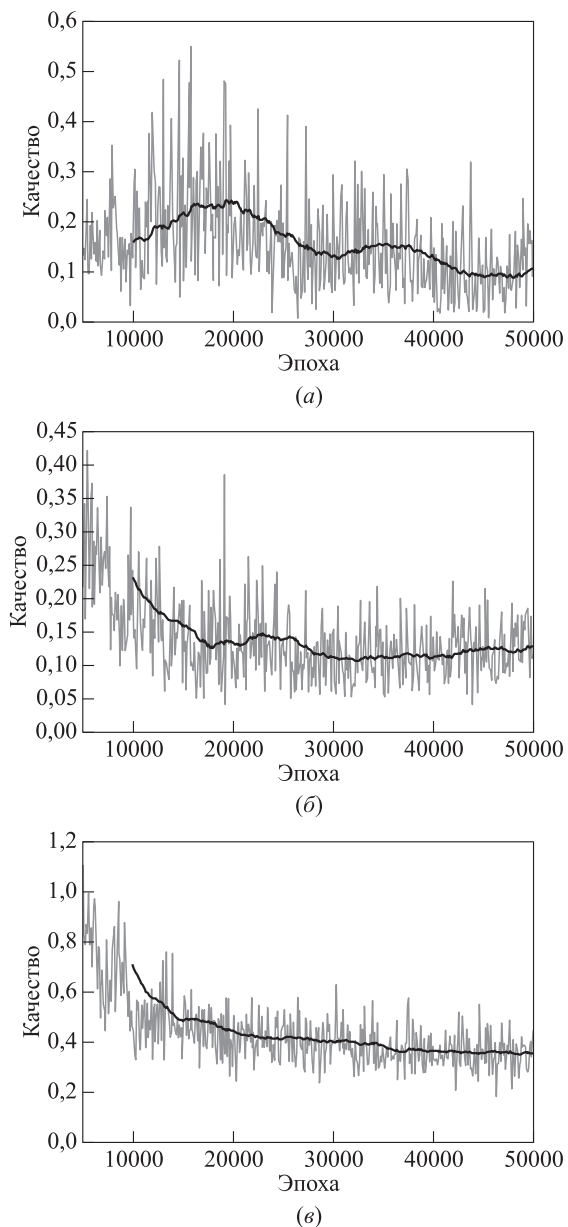
Стоит отметить, что обучение сети WGAN-GP протекает медленнее. После 500 эпох обучения качество генерируемого контента оказалось заметно ниже, чем у DCGAN. В первую очередь это обусловлено различиями в гиперпараметрах, однако свой вклад вносит и используемая целевая функция, которая дает менее интенсивный сигнал для обучения сети. Тем не менее высокая стабильность процесса обучения WGAN-GP полностью компенсирует этот недостаток за счет возможности увеличить длительность обучения.

С использованием сформулированных в разд. 3 оценок качества было проведено обучение сети в течение 50 000 эпох. Оценки качества вычислялись по массиву в 100 сгенерированных билетов, вычисление проводилось через каждые 100 эпох. Результаты представлены на рис. 1 и 2.

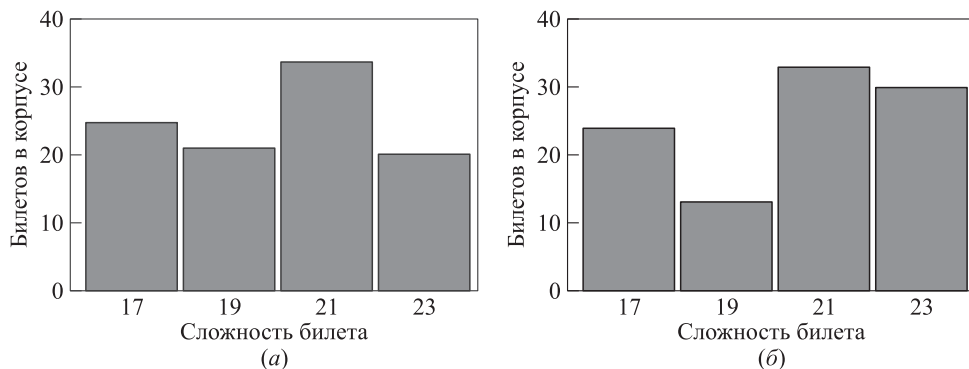
На графиках видно, что наиболее быстро обучение сети идет в течение первых 2000 эпох, после чего оно замедляется. Можно сказать, что наибольшую



**Рис. 1** Оценки качества билетов по атрибутам темы, сложности и компетенций для эпох 0–10 000: 1 — тема; 2 — сложность; 3 — компетенция



**Рис. 2** Оценка качества билетов по атрибутам темы (а), сложности (б) и компетенций (в) для эпох 5000–50 000



**Рис. 3** Распределение билетов обучающего (а) и сгенерированного (б) наборов по суммарной сложности

трудность у сети вызывает изучение атрибута компетенций, так как оценка качества для этого атрибута снижается медленнее всего. Скорее всего, это связано с большим объемом информации, который содержится в этом атрибуте.

Уже после 20 000 эпох скорости изменения оценок становятся достаточно малыми, что позволяет говорить о том, что сеть «выучила» большую часть информации о структуре билетов. В то же время, если привлечь дополнительные критерии типа гистограммы суммарной сложности (рис. 3), можно заметить, что отклонение от целевого распределения даже после 50 000 эпох обучения легко различимо, т. е. такая «сложная» зависимость, требующая согласованного изменения нескольких атрибутов билета одновременно, не была в нужной степени «выучена» сетью.

Таким образом, можно сделать предположение о том, что генерация более сложных зависимостей между элементами выходных данных сети, скорее всего, будет требовать больше времени для обучения сети. И в этом случае стабильность процесса обучения, демонстрируемая сетями WGAN-GP, становится выгодным преимуществом.

Также нужно отметить, что предложенный набор оценок качества сгенерированных билетов показал свою практическую ценность как средства контроля процесса обучения. Данный инструмент потенциально может найти применение и вне связи с генеративными сетями — как средство автоматизированного анализа качества цифрового образовательного контента.

## Литература

1. Босов А. В., Иванов А. В. О применении генеративных моделей в системе электронного обучения математическим дисциплинам // Информатика и её применения, 2024. Т. 18. Вып. 2. С. 72–81. doi: 10.14357/19922264240210. EDN: UWKQLN.

2. *Bosov A. V., Ivanov A. V.* One approach to mathematical e-learning systems content generation // Intelligent systems. Part I / Eds. A. Diveev, V. Fomichev, A. Ilin, I. Zelinka, E. Sofronova. — Communications in computer and information science ser. — Cham: Springer, 2026. Vol. 2603. P. 130–141. doi: 10.1007/978-3-032-04758-8\_10.
3. *Босов А. В., Селиванова Н. Л., Пустыльник Ю. Ю.* Цифровой образовательный контент для современного урока: технология экспертизы качества // Образование и саморазвитие, 2024. Т. 19. № 3. С. 98–113. doi: 10.26907/esd.19.3.08. EDN: MZIPFX.
4. *Goodfellow I.* NIPS 2016 tutorial: Generative adversarial networks. — Cornell University, 2017. 57 p. arXiv:1701.00160 [cs.LG].
5. *Arjovsky M., Bottou L.* Towards principled methods for training generative adversarial networks. — Cornell University, 2017. 17 p. arXiv:1701.04862 [stat.ML].
6. *Yu L., Zhang W., Wang J., Yu Y.* SeqGAN: Sequence generative adversarial nets with policy gradient // 31st Conference on Artificial Intelligence Proceedings. — San Francisco, CA, USA: AAAI Press, 2017. P. 2852–2858. doi: 10.5555/3298483.3298649.
7. *Jang E., Gu S., Poole B.* Categorical reparameterization with Gumbel-Softmax. — Cornell University, 2016. 13 p. arXiv:1611.01144 [stat.ML].
8. *Arjovsky M., Chintala S., Bottou L.* Wasserstein generative adversarial networks // 34th Conference (International) on Machine Learning Proceedings, 2017. Vol. 70. P. 214–223. doi: 10.5555/3305381.3305404.
9. *Gulrajani I., Ahmed F., Arjovsky M., Dumoulin V., Courville A.* Improved training of Wasserstein GANs // 31st Conference (International) on Neural Information Processing Systems Proceedings. — Red Hook, NY, USA: Curran Associates, 2017. P. 5769–5779. doi: 10.5555/3295222.3295327.
10. *Anaya-Sánchez H., Altamirano-Robles L., Díaz-Hernández R., Zapotecas-Martínez S.* WGAN-GP for synthetic retinal image generation: enhancing sensor-based medical imaging for classification models // Sensors — Basel, 2025. Vol. 25. No. 1. Art. 167. 20 p. doi: 10.3390/s25010167.
11. *Yuda E., Ando T., Kaneko I., Yoshida Y., Hirahara D.* Comprehensive data augmentation approach using WGAN-GP and UMAP for enhancing Alzheimer’s disease diagnosis // Electronics, 2024. Vol. 13. No. 18. Art. 3671. 10 p. doi: 10.3390/electronics13183671.
12. *Park C., Kang J. W., Lee D. E., Son W., Lee S. M., Park C., Kim M. W.* W-DRAG: A joint framework of WGAN with data random augmentation optimized for generative networks for bone marrow edema detection in dual energy CT // Comput. Med. Imag. Grap., 2024. Vol. 115. Art. 102387. 13 p. doi: 10.1016/j.compmedimag.2024.102387.
13. *Lei K., Mardani M., Pauly J., Vasanawala S.* Wasserstein GANs for MR imaging: From paired to unpaired training // IEEE T. Med. Imaging, 2021. Vol. 40. No. 1. P. 105–115. doi: 10.1109/TMI.2020.3022968.
14. *Fang R., Guo R., Zhao M., Yao M.* Low-count PET image reconstruction algorithm based on WGAN-GP // 3rd Conference (International) on Bioinformatics and Intelligent Computing Proceedings. — New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2023. P. 60–64. doi: 10.1145/3592686.3592698.

15. *Tirel L., Mohamed A., Hashim A.* Novel hybrid integrated Pix2Pix and WGAN model with gradient penalty for binary images denoising // *Systems Soft Computing*, 2024. Vol. 6. Art. 200122. 11 p. doi: 10.1016/j.sasc.2024.200122.
16. *Heng Y., Yinghua M., Khan F. G., Khan A., Ali F., AlZubi A. A., Hui Z.* Survey: application and analysis of generative adversarial networks in medical images // *Artif. Intell. Rev.*, 2025. Vol. 58. No. 2. Art. 39. 81 p. doi: 10.1007/s10462-024-10992-z.
17. *Panwar S., Rad P., Jung T. P., Huang Y.* Modeling EEG data distribution with a Wasserstein generative adversarial network to predict RSVP events // *IEEE T. Neur. Sys. Reh.*, 2020. Vol. 28. No. 8. P. 1720–1730. doi: 10.1109/TNSRE.2020.3006180.
18. *Venugopal A., Faria D. R.* Boosting EEG and ECG classification with synthetic biophysical data generated via generative adversarial networks // *Appl. Sci. — Basel*, 2024. Vol. 14. No. 23. Art. 10818. 21 p. doi: 10.3390/app142310818.
19. *Yang L., Zhang D., Karniadakis G. E.* Physics-informed generative adversarial networks for stochastic differential equations // *SIAM J. Sci. Comput.*, 2020. Vol. 42. No. 1. P. A292–A317. doi: 10.1137/18M122540.
20. *Walia M. S., Tierney B., McKeever S.* Synthesising tabular datasets using Wasserstein conditional GANs with gradient penalty (WCGAN-GP) // *CEUR Workshop Procee.*, 2020. Vol. 2771. P. 325–336. doi: 10.21427/e6wa-sz92.
21. *Salimans T., Goodfellow I., Zaremba W., Cheung V., Radford A., Chen X.* Improved techniques for training GANs // *30th Conference (International) on Neural Information Processing Systems Proceedings.* — Red Hook, NY, USA: Curran Associates, 2016. P. 2234–2242. doi: 10.5555/3157096.3157346.
22. *Kullback S., Leibler R. A.* On information and sufficiency // *Ann. Math. Stat.*, 1951. Vol. 22. No. 1. P. 79–86. doi: 10.1214/aoms/1177729694.

*Поступила в редакцию 29.12.2025*

*Принята к публикации 15.03.2026*

---

---

## **MODELING DISCRETE DISTRIBUTIONS IN EDUCATIONAL CONTENT GENERATION TASKS**

*A. V. Bosov and A. V. Ivanov*

Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

**Abstract:** The article presents the final result of a study on the application of generative adversarial neural networks (GANs) for the creation of educational content. Wasserstein GANs (WGANs) are selected as an alternative to standard deep convolutional networks, which are characterized by high training complexity and impose restrictions on the kinds of generated content. A review of practical applications highlights several advantages of this type of network. In the present

study, a WGAN with gradient penalty is applied to the problem of generating a vector of parameters for examination tickets. The neural network was trained and evaluated using a set of mathematical problems for the final exams in the course “Theory of functions of a complex variables” previously developed and labeled by experts. In practice, this generation technique demonstrated advantages in training stability and achieved higher output quality. Furthermore, quality metrics for the generated educational content based on the Kullback–Leibler divergence are proposed.

**Keywords:** educational content; machine learning; discrete distributions; generative models; generative adversarial networks; Wasserstein networks

**DOI:** 10.14357/08696527260106

**EDN:** FELMPG

## Acknowledgments

The research was carried out using the infrastructure of the Shared Research Facilities “High Performance Computing and Big Data” (CKP “Informatics”) of FRC CSC RAS (Moscow).

## References

1. Bosov, A. V., and A. V. Ivanov. 2024. O primeneniі generativnykh modeley v sisteme elektronogo obucheniya matematicheskim distsiplinam [On the application of generative models in an electronic learning system for mathematical disciplines]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 18(2):72–81. doi: 10.14357/19922264240210. EDN: UWKQLN.
2. Bosov, A. V., and A. V. Ivanov. 2026. One approach to mathematical e-learning systems content generation. *Intelligent systems. Part 1*. Eds. A. Diveev, V. Fomichev, A. Ilin, I. Zelinka, and E. Sofronova. Communications in computer and information science ser. Cham: Springer. 2603:130–141. doi: 10.1007/978-3-032-04758-8\_10.
3. Bosov, A. V., N. L. Selivanova, and Yu. Yu. Pustyl'nik. 2024. Tsifrovoy obrazovatel'nyy kontent dlya sovremennogo uroka: tekhnologiya ekspertizy kachestva [Digital educational content for a modern lesson: Quality assessment technology]. *Obrazovanie i samorazvitiie* [Education and Self-Development] 19(3):98–113. doi: 10.26907/esd.19.3.08. EDN: MZIPFX.
4. Goodfellow, I. 2017. NIPS 2016 tutorial: Generative adversarial networks. Cornell University. 57 p. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1701.00160> (accessed March 12, 2026).
5. Arjovsky, M., and L. Bottou. 2017. Towards principled methods for training generative adversarial networks. Cornell University. 17 p. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1701.04862> (accessed March 12, 2026).
6. Yu, L., W. Zhang, J. Wang, and Y. Yu. 2017. SeqGAN: Sequence generative adversarial nets with policy gradient. *31st Conference on Artificial Intelligence Proceedings*. San Francisco, CA: AAAI Press. 2852–2858. doi: 10.5555/3298483.3298649.
7. Jang, E., S. Gu, and B. Poole. 2016. Categorical reparameterization with Gumbel-Softmax. Cornell University. 13 p. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1611.01144> (accessed March 12, 2026).

8. Arjovsky, M., S. Chintala, and L. Bottou. 2017. Wasserstein generative adversarial networks. *34th Conference (International) on Machine Learning Proceedings*. 70:214–223. doi: 10.5555/3305381.3305404.
9. Gulrajani, I., F. Ahmed, M. Arjovsky, V. Dumoulin, and A. Courville. 2017. Improved training of Wasserstein GANs. *31st Conference (International) on Neural Information Processing Systems Proceedings*. Red Hook, NY: Curran Associates. 5769–5779. doi: 10.5555/3295222.3295327.
10. Anaya-Sánchez, H., L. Altamirano-Robles, R. Díaz-Hernández, and S. Zapotecas-Martínez. 2025. WGAN-GP for synthetic retinal image generation: Enhancing sensor-based medical imaging for classification models. *Sensors — Basel* 25(1):167. 20 p. doi: 10.3390/s25010167.
11. Yuda, E., T. Ando, L. Kaneko, Y. Yoshida, and D. Hirahara. 2024. Comprehensive data augmentation approach using WGAN-GP and UMAP for enhancing Alzheimer’s disease diagnosis. *Electronics* 13(18):3671. 10 p. doi: 10.3390/electronics13183671.
12. Park, C., J. W. Kang, D. E. Lee, W. Son, S. M. Lee, C. Park, and M. W. Kim. 2024. W-DRAG: A joint framework of WGAN with data random augmentation optimized for generative networks for bone marrow edema detection in dual energy CT. *Comput. Med. Imag. Grap.* 115:102387. 13 p. doi: 10.1016/j.compmedimag.2024.102387.
13. Lei, K., M. Mardani, J. Pauly, and S. Vasanawala. 2021. Wasserstein GANs for MR imaging: From paired to unpaired training. *IEEE T. Med. Imaging* 40(1):105–115. doi: 10.1109/TMI.2020.3022968.
14. Fang, R., R. Guo, M. Zhao, and M. Yao. 2023. Low-count PET image reconstruction algorithm based on WGAN-GP. *3rd Conference (International) on Bioinformatics and Intelligent Computing Proceedings*. 60–64. doi: 10.1145/3592686.3592698.
15. Tirel, L., A. Mohamed, and A. Hashim. 2024. Novel hybrid integrated Pix2Pix and WGAN model with gradient penalty for binary images denoising. *Systems Soft Computing* 6:200122. 11 p. doi: 10.1016/j.sasc.2024.200122.
16. Heng, Y., M. Yinghua, F. G. Khan, A. Khan, F. Ali, A. A. AlZubi, and Z. Hui. 2025. Survey: Application and analysis of generative adversarial networks in medical images. *Artif. Intell. Rev.* 58(2):39. 81 p. doi: 10.1007/s10462-024-10992-z.
17. Panwar, S., P. Rad, T.-P. Jung, and Y. Huang. 2020. Modeling EEG data distribution with a Wasserstein generative adversarial network to predict RSVP events. *IEEE T. Neur. Sys. Reh.* 28(8):1720–1730. doi: 10.1109/TNSRE.2020.3006180.
18. Venugopal, A., and D. R. Faria. 2024. Boosting EEG and ECG classification with synthetic biophysical data generated via generative adversarial networks. *Appl. Sci. — Basel* 14(23):10818. 21 p. doi: 10.3390/app142310818.
19. Yang, L., D. Zhang, and G. E. Karniadakis. 2020. Physics-informed generative adversarial networks for stochastic differential equations. *SIAM J. Sci. Comput.* 42(1):A292–A317. doi: 10.1137/18M122540.
20. Walia, M. S., B. Tierney, and S. McKeever. 2020. Synthesising tabular data using Wasserstein conditional GANs with gradient penalty. *CEUR Workshop Procee.* 2771:325–336. doi: 10.21427/e6wa-sz92.
21. Salimans, T., I. Goodfellow, W. Zaremba, V. Cheung, A. Radford, and X. Chen. 2016. Improved techniques for training GANs. *30th Conference (International) on Neural Information Processing Systems Proceedings*. Red Hook, NY: Curran Associates. 2234–2242. doi: 10.5555/3157096.3157346.

22. Kullback, S., and R. A. Leibler. 1951. On information and sufficiency. *Ann. Math. Stat.* 22(1):79–86. doi: 10.1214/aoms/1177729694.

*Received December 29, 2025*

*Accepted March 15, 2026*

## **Contributors**

**Bosov Alexey V.** (b. 1969) — Doctor of Science in technology, principal scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; avbosov@ipiran.ru

**Ivanov Alexey V.** (b. 1976) — Candidate of Science (PhD) in technology, leading scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; aivanov@ipiran.ru

## ПЕРИОД ЗАНЯТОСТИ В СИСТЕМЕ ВИДА $M/G/1$ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ УХОДА ЗАЯВОК С ОРБИТЫ\*

К. А. Жукова<sup>1</sup>, Е. В. Морозов<sup>2</sup>

**Аннотация:** Рассматривается задача нахождения распределения периода занятости в односерверной системе с постоянной интенсивностью повторных вызовов и пуассоновским входным потоком. Для этого исследуемая система трактуется как классическая модель типа  $M/G/1$ , у которой первое время обслуживания заявки на цикле занятости отличается от остальных времен обслуживания. Показано, что преобразование Лапласа–Стилтьеса (ПЛС) стационарного распределения периода занятости удовлетворяет функциональному уравнению, аналогичному уравнению для упомянутой выше системы без орбиты. Схожий результат в терминах производящих функций (ПФ) получен для дискретной длины периода занятости (числа обслуженных на периоде заявок). Также приведены некоторые аналитические примеры. В частности, посчитана средняя длина периода занятости и ее второй момент в системах с орбитой типа  $M/M/1$ , а также для случаев, когда времена обслуживания имеют распределения Эрланга и Вейбулла.

**Ключевые слова:** система с орбитой; период занятости; регенерация; стационарность; преобразование Лапласа–Стилтьеса; постоянная скорость повторных вызовов; первая заявка на периоде занятости обслуживается иначе, чем другие

DOI: 10.14357/08696527260107

EDN: MXXTVE

### 1 Введение

Данная статья посвящена анализу периода занятости односерверной системы обслуживания вида  $M/G/1$  с повторными заявками, т. е. системы с пуассоновским входным потоком первичных заявок и произвольным временем их обслуживания. Заявки, застающие сервер занятым, отправляются на виртуальную орбиту, где образуют «виртуальную» очередь в порядке поступления. Лишь первая (старейшая) заявка из этой очереди через случайные интервалы времени совершает повторные попытки до тех пор, пока не займет (освободившийся) сервер. Такая система называется системой с постоянной скоростью повторных попыток [1–3]. Данная модель мотивирована рядом телекоммуникационных приложений, таких

\*Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345.

<sup>1</sup>Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра Российской академии наук; Петрозаводский государственный университет, kalininaksenia90@gmail.com

<sup>2</sup>Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра Российской академии наук; Петрозаводский государственный университет, emorozov@karelia.ru

как беспроводные системы множественного доступа, оптические сети и протоколы управления передачей данных. Кроме того, системы с постоянной частотой повторных попыток могут быть использованы для моделирования ряда телекоммуникационных систем, таких как телефонные коммутаторы [1], системы множественного доступа [4, 5], короткие ТСП-передачи [2], сети оптической пакетной коммутации [6, 7], а также логистические системы [8].

Основная идея подхода, предлагаемого в данной работе, состоит в том, что с точки зрения анализа периода занятости исходная система может быть представлена как система с буфером, в которой каждая первая заявка на периоде занятости обслуживается, вообще говоря, по другому закону, чем остальные заявки на данном периоде. Такие системы (называемые также системами с исключительным первым обслуживанием) исследуются достаточно давно, и для них известно гораздо больше аналитических результатов, чем для систем с орбитой и постоянной частотой повторных попыток.

Будет показано, что ПЛС стационарной длины периода занятости исходной системы удовлетворяет некоторому функциональному уравнению, которое представляет собой модификацию уравнения, описывающего систему вида  $M/G/1$  с ожиданием и с исключительным первым обслуживанием. По-видимому, первой работой, изучавшей системы с исключительным первым обслуживанием, стала статья [9], в которой получено ПЛС стационарной незавершенной работы в системе. Отметим также работы [10–12], анализирующие различные стационарные характеристики систем с исключительным первым обслуживанием. В частности, в работе [10] предложен метод получения стационарного распределения числа заявок в такой системе (для некоторых распределений времени обслуживания) без использования ПЛС. В работе [11] анализ времени ожидания заявки в дискретной системе такого вида (все заданные распределения дискретны) проведен в терминах производящей функции (ПФ), а в статье [12] рассматривается модель, в которой несколько первых на периоде занятости заявок имеют различные распределения времени обслуживания. Отметим, что интерпретация системы с повторными заявками как системы с исключительным первым обслуживанием может оказаться полезной и в других ситуациях, поскольку, как отмечено выше, последний класс систем исследован значительно более подробно и включает, в частности, так называемые системы с «разогревом» [13].

Вывод упомянутого функционального уравнения опирается на использование инверсионной дисциплины обслуживания (LIFO — last in, first out), при которой последняя пришедшая заявка получает приоритет в обслуживании (после освобождения сервера) [14]. При такой дисциплине каждая заявка, поступающая во время первого на периоде обслуживания, порождает новый период занятости, и в результате получается интегральное уравнение, содержащее ряд из сверток искомого распределения периода занятости. Это, в свою очередь, позволяет получить основное функциональное уравнение для ПЛС искомого распределения.

Структура статьи следующая. Раздел 2 содержит детальное описание исходной системы с повторными заявками постоянной интенсивности. В разд. 3

вначале дается описание регенеративной структуры процессов, описывающих динамику исходной системы, что используется для установления условия стационарности системы. Затем приведен краткий вывод функционального уравнения для ПЛС распределения длины периода занятости в классической системе  $M/G/1$  с ожиданием, который затем используется для получения соответствующего уравнения для исходной системы с орбитой. В этом же разделе получено уравнение для ПФ числа заявок, обслуженных на периоде занятости. В разд. 4 приведены выражения для начальных моментов, иллюстрирующие полученные теоретические утверждения. В частности, рассмотрены системы с повторными заявками, имеющими распределение времени обслуживания: (1) показательное; (2) Эрланга; (3) Вейбулла. Наконец, в разд. 5 показано, как полученные ранее результаты могут быть обобщены на класс систем, в которых сервер после освобождения сам осуществляет поиск заявки с орбиты в течение случайного времени с произвольным распределением.

## 2 Описание модели и постановка задачи

В данной работе рассматривается односерверная система с повторными заявками постоянной интенсивности с пуассоновским входным потоком с интенсивностью  $\lambda$ , с моментами прихода заявок  $\{t_n, n \geq 1\}$  в систему и независимыми одинаково распределенными интервалами  $\{\tau_n, n \geq 1\}$ . Обозначим через  $\{S_n, n \geq 1\}$  независимые одинаково распределенные времена обслуживания заявок с функцией распределения  $F_S$  и средним  $ES \in (0, \infty)$ . Здесь и далее мы опускаем индекс, чтобы обозначить типичный элемент (стохастическую копию) последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин (СВ). При поступлении новой заявки в систему возможны два варианта:

- (1) в момент прихода заявка занимает свободный сервер;
- (2) если сервер занят, заявка отправляется на виртуальную орбиту.

Рассматриваем постоянную дисциплину повторных вызовов, при которой орбиту можно трактовать как очередь типа «первый пришел – первый обслужился» (дисциплина FIFO — first in, first out), где лишь «первая» (старейшая) заявка совершает повторные попытки поступить на сервер через экспоненциально распределенное время  $\xi$  с интенсивностью  $\gamma$ . Предполагается, что выполнен критерий стационарности [3]

$$\rho := \lambda ES < \frac{\gamma}{\lambda + \gamma}. \quad (1)$$

Отметим, что все процессы, описывающие работу системы, регенерирующие. Пусть  $N(t)$  есть число заявок в системе в момент времени  $t \geq 0$ . Процесс  $\{N(t)\}$  регенерирует в моменты прихода заявок в пустую систему, определяемые следующим образом:

$$T_{n+1} = \inf (t_k > T_n : N_k = 0), \quad n \geq 0 \quad (T_0 := 0), \quad (2)$$

где  $N(t_n^-) = N_n, n \geq 1$ . Обозначим через  $T$  типичную длину цикла регенерации в непрерывном времени, который включает период занятости (когда система не пуста) и последующий период, когда система полностью свободна, распределенный как интервал  $\tau$ . Также определим моменты регенерации в терминах числа приходов заявок

$$\theta_{n+1} = \inf (k > \theta_n : N_k = 0), \quad n \geq 0 \quad (\theta_0 := 0), \quad (3)$$

с типичной длиной  $\theta$ , равной числу заявок, поступивших на периоде занятости, т. е. на интервале между двумя заявками, и заставших систему полностью свободной. Отметим, что условие (1) обеспечивает существование бесконечных последовательностей моментов регенерации (2) и (3) с конечными средними  $ET < \infty, E\theta < \infty$ , что, в свою очередь, гарантирует стационарность рассматриваемой системы (см., например, [3]). Цикл регенерации состоит из периода занятости системы  $B_1$  и следующего за ним периода простоя, т. е.

$$T = B_1 + \tau. \quad (4)$$

Основная задача состоит в нахождении распределения СВ  $B_1$  а также СВ  $\theta$  в исходной системе (в терминах ПЛС). Для этого более детально рассмотрим динамику системы на периоде занятости. Перед началом периода занятости время простоя равно  $\tau$ , а после ухода каждой обслуженной заявки на периоде занятости (пока орбита не пуста) сервер остается незанятым экспоненциально распределенное время

$$\zeta := \min(\xi, \tau)$$

с параметром  $\lambda + \gamma$ . Уходы заявок происходят через интервалы, распределенные как СВ  $\hat{S} = \zeta + S$ , причем СВ  $\zeta$  и  $S$  независимы. Поскольку сервер заблокирован в течение времени  $\hat{S}$  после каждого обслуживания, то естественно считать величину  $\hat{S}$  временем обслуживания в соответствующей системе  $M/G/1$  с ожиданием. Кроме того, можно считать, что в исходной системе заявка входного потока, застающая сервер свободным, также немедленно идет на орбиту, а первая заявка из виртуальной очереди немедленно занимает сервер. Такая интерпретация не меняет распределения числа заявок в системе и длину периода занятости и позволяет существенно упростить анализ исходной системы с орбитой, сведя ее к анализу системы с ожиданием, в которой первая на периоде занятости заявка имеет (исключительное) время обслуживания  $S$ , а остальные — время обслуживания  $\hat{S}$ .

### 3 Функциональное уравнение для преобразования Лапласа–Стилтьеса периода занятости

В этом разделе вначале кратко приведен вывод функционального уравнения для ПЛС периода занятости классической стационарной системы  $M/G/1$ , а затем это уравнение обобщено на исходную систему с повторными вызовами, представленную как система с ожиданием и исключительным первым временем обслуживания.

#### 3.1 Классическая система $M/G/1$

Рассмотрим классическую систему  $M/G/1$  с временем обслуживания  $S$ , входным потоком интенсивности  $\lambda$  и условием стационарности  $\rho = \lambda ES < 1$ . Обозначим через  $B$  типичную длину периода занятости системы (в непрерывном времени). Функция распределения  $G$  СВ  $B$  представляет собой решение интегрального уравнения [14, 15]

$$G(x) = P(B \leq x) = \int_0^x \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda u} \frac{[\lambda u]^n}{n!} G^{(n)}(x-u) F_S(du), \quad x \geq 0, \quad (5)$$

где  $G^{(n)}$  есть  $n$ -кратная свертка функции  $G$  с собой ( $G^{(0)} := 1$ ). Поясним уравнение (5). Обозначим через  $\alpha(S)$  число заявок, поступающих в систему за время (первого) обслуживания  $S$ . Тогда если время обслуживания первой заявки на периоде занятости принимает значение  $u$  (с вероятностью  $F_S(du)$ ), то вероятность того, что за время  $u$  в систему поступит ровно  $n$  заявок, равна

$$P(\alpha(u) = n) = e^{-\lambda u} \frac{[\lambda u]^n}{n!}, \quad n \geq 0.$$

Эти заявки (в предположении использования дисциплины LIFO) породят  $n$  последовательных вложенных периодов занятости. Отсюда легко следует уравнение (5). Для его решения введем ПЛС СВ  $B$  и  $S$ :

$$g(z) = Ee^{-zB}; \quad \varphi(z) = Ee^{-zS}, \quad z \geq 0.$$

Применив ПЛС к обеим частям уравнения (5), получим (известное) функциональное уравнение

$$g(z) = \varphi(z + \lambda - \lambda g(z)) \quad (6)$$

(см., например, [14, гл. 4] или [3, с. 49]). Уравнение (6) позволяет получить моменты СВ  $B$ , в частности средняя длина периода занятости равна

$$EB = -g'(0) = \frac{ES}{1 - \rho}.$$

(Отметим, что детальный анализ периода занятости классической системы  $M/G/1$  с использованием вложенных периодов представлен в [15, с. 249].)

### 3.2 Система $M/G/1$ с повторными вызовами

Рассуждения, приведенные в разд. 3.1, можно непосредственно обобщить на исследуемую систему с орбитой, рассматриваемую как систему с ожиданием и исключительным первым временем обслуживания.

Чтобы вывести аналог уравнения (3), заметим, что начальный период занятости  $B_1$ , порождаемый первой заявкой на цикле регенерации (после полного опустошения системы), отличается от последующих периодов занятости, инициированных заявками, поступившими за время ее обслуживания. (Такой период обозначим через  $B$ .) Это вызвано тем, что моменту регенерации предшествует период простоя, распределенный как  $\tau$  (см. (4)), в то время как периоды занятости внутри цикла регенерации разделены СВ  $\zeta$ . Это отличие исследуемой системы от системы с ожиданием  $M/G/1$  ведет к усложнению интегрального уравнения и, как следствие, соответствующего функционального уравнения для ПЛС.

Как и выше, пусть  $S$  есть время обслуживания первой заявки на периоде занятости, а  $\alpha(S)$  — число заявок, поступающих в систему за время  $S$ . Если  $\alpha(S) = 0$ , то период занятости состоит из единственной (первой) заявки ( $\theta = 1$ ) и  $B_1 = S$ . В противном случае  $\alpha(S) \geq 1$  заявок формируют виртуальную очередь на орбите. Аналогично [15] в конце обслуживания первой заявки сервер начинает обслуживать первую (старейшую) в очереди заявку, а остальные  $\alpha(S) - 1$  заявок временно «удаляются» из очереди. Затем обслуживаются заявки, поступившие за время обслуживания первой (если такие есть) до тех пор, пока период занятости, порожденный первой заявкой, не закончится. Обозначим через  $\hat{\theta}_1$  число обслуженных таким образом заявок, а через  $B_{\hat{\theta}_1}$  — продолжительность такого периода занятости. В силу предположения о формировании очереди на орбите, СВ  $B_{\hat{\theta}_1}$  есть типичная длина периода занятости системы  $M/G/1$  с ожиданием и временами обслуживания, распределенными как  $S + \zeta$ , а  $\hat{\theta}_1$  есть типичное число заявок, обслуженных за этот период. По окончании первого периода занятости  $B_{\hat{\theta}_1}$  сервер обслуживает «старейшую» из «удаленных» ранее  $\alpha(S) - 1$  заявок (если такие есть). Эта заявка инициирует следующий период занятости длины  $B_{\hat{\theta}_2}$  и т. д. Этот процесс продолжается пока все  $\alpha(S) - 1$  «удаленные» заявки не будут обслужены. Таким образом получаются независимые одинаково распределенные периоды занятости  $B_{\hat{\theta}_k}$ ,  $k = \overline{1, \alpha(S)}$ , с типичным элементом  $B$  и независимые одинаково распределенные СВ  $\hat{\theta}_k$ ,  $k = \overline{1, \alpha(S)}$ , с типичным элементом  $\hat{\theta}$  и ПФ

$$\hat{\psi}(z) = Ez^{\hat{\theta}}, \quad z \leq 1. \quad (7)$$

Поскольку порядок обслуживания не влияет на длину периода занятости и число обслуженных на нем заявок, то

$$B_1 = S + \sum_{k=1}^{\alpha(S)} B_{\hat{\theta}_k}, \quad \theta = 1 + \sum_{k=1}^{\alpha(S)} \hat{\theta}_k. \quad (8)$$

(Сумма  $\sum_{k=1}^0$  равна нулю.) Обозначим через  $G_1$  функцию распределения СВ  $B_1$ . Запишем для нее уравнение, аналогичное (5):

$$G_1(x) = P(B_1 \leq x) = \int_0^x \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda u} \frac{[\lambda u]^n}{n!} \hat{G}^{(n)}(x-u) F_S(du), \quad x \geq 0, \quad (9)$$

где  $\hat{G}(x) = P(B \leq x)$  — функция распределения длины периода занятости в системе с ожиданием  $M/G/1$  и временем обслуживания  $S + \zeta$ , которая представляет собой решение уравнения (5):

$$\hat{G}(x) = \int_0^x \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda u} \frac{[\lambda u]^n}{n!} \hat{G}^{(n)}(x-u) F_{S+\zeta}(du), \quad x \geq 0.$$

Применяя ПЛС к обеим частям уравнения (9), получим функциональное уравнение для нахождения ПЛС искомого распределения периода занятости

$$g_1(z) = \varphi(z + \lambda - \lambda \hat{g}(z)), \quad (10)$$

где  $g_1(z) = \mathbf{E}e^{-zB_1}$ ;  $\hat{g}(z) = \mathbf{E}e^{-zB}$ ;  $\varphi(z) = \mathbf{E}e^{-zS}$ . Таким образом, для нахождения  $g_1(z)$  из (10) необходимо сначала вычислить  $\hat{g}(z)$ , представляющее собой решение уравнения

$$\hat{g}(z) = \hat{\varphi}(z + \lambda - \lambda \hat{g}(z)),$$

где  $\hat{\varphi}(z) = \mathbf{E}e^{-z(S+\zeta)}$ , а затем найти  $\varphi(z)$ .

Для нахождения распределения СВ  $\theta$  удобно использовать ПФ  $\psi(z) = \mathbf{E}z^\theta$ . Для классической системы  $M/G/1$  такой анализ представлен в работе [16], где использована обратная теорема Лагранжа для получения в явном виде распределения дискретной длины периода занятости на основе ПФ. Используя результаты для классической системы, представленные в [16], получим уравнение, решение которого — ПФ  $\hat{\psi}(z)$  дискретной длины периода занятости в системе с временем обслуживания  $S + \zeta$  (см. (7)):

$$\hat{\psi}(z) = z \hat{\varphi}(\lambda - \lambda \hat{\psi}(z)), \quad z \leq 1, \quad (11)$$

где, напомним,  $\hat{\varphi}(z) = \mathbf{E}e^{-z(S+\zeta)}$ . Далее, используя представление (8) и независимость СВ  $\hat{\theta}_k$ ,  $k = 1, \alpha(S)$ , получим следующее уравнение для ПФ дискретной длины периода занятости исходной системы:

$$\begin{aligned}
 \psi(z) &\equiv \mathbf{E}z^\theta = \mathbf{E}z^{1+\sum_{k=1}^{\alpha(S)} \hat{\theta}_k} = z\mathbf{E} \left[ \mathbf{E} \left[ z^{\sum_{k=1}^{\alpha(S)} \hat{\theta}_k} \mid \alpha(S), S \right] \right] = \\
 &= z \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty \mathbf{E} \left[ z^{\sum_{k=1}^{\alpha(S)} \hat{\theta}_k} \mid \alpha(S) = n, S = u \right] \mathbf{P}(\alpha(S) = n \mid S = u) F_S(du) = \\
 &= z \sum_{n=0}^\infty \leq ft \left( \mathbf{E}z^{\hat{\theta}} \right)^n \int_0^\infty e^{-\lambda u} \frac{[\lambda u]^n}{n!} F_S(du) = z \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty e^{-\lambda u} \frac{[\lambda u \hat{\psi}(z)]^n}{n!} F_S(du) = \\
 &= z\varphi(\lambda - \lambda \hat{\psi}(z)), \quad z \leq 1. \quad (12)
 \end{aligned}$$

## 4 Примеры

Нахождение ПФ  $\psi(z)$  и  $\hat{\psi}(z)$  и ПЛС  $\hat{g}(z)$  и  $g_1(z)$  (и их обращение) в явном виде в общем случае не представляется возможным, однако найденные результаты позволяют получить моменты соответствующих СВ. В этом разделе приведем несколько примеров для систем с повторными попытками интенсивности  $\gamma$ .

### 4.1 Система $M/M/1$

Рассмотрим систему с повторными заявками типа  $M/M/1$ , где время обслуживания  $S$  распределено экспоненциально с параметром  $\mu \in (0, \infty)$ . Пусть выполнено условие стационарности (1):

$$\frac{\lambda}{\mu} < \frac{\gamma}{\lambda + \gamma}.$$

Для нахождения ПЛС  $g_1(z)$  длины периода занятости  $B_1$  вычислим ПЛС СВ  $S$  и  $S + \zeta$

$$\begin{aligned}
 \varphi(z) &= \mathbf{E}e^{-zS} = \frac{\mu}{\mu + z}; \\
 \hat{\varphi}(z) &= \mathbf{E}e^{-z(S+\zeta)} = \frac{\mu}{\mu + z} \frac{\lambda + \gamma}{\lambda + \gamma + z}
 \end{aligned}$$

и запишем уравнение (6) для ПЛС  $\hat{g}(z) = \mathbf{E}e^{-zB}$ :

$$\hat{g}(z) = \frac{\mu(\lambda + \gamma)}{(\mu + \lambda + z - \lambda \hat{g}(z))(2\lambda + \gamma + z - \lambda \hat{g}(z))}. \quad (13)$$

Уравнение (13) задает функцию  $\hat{g}(z)$  в неявном виде, и поэтому искомое ПЛС  $g_1(z)$  также задается неявно выражением (10):

$$g_1(z) = \frac{\mu}{\mu + z + \lambda - \lambda \hat{g}(z)}.$$

Таким образом, даже для показательного обслуживания не удастся выразить в явном виде распределение  $B_1$ . Однако можно получить выражения для моментов СВ  $B_1$ . В частности,

$$EB_1 = -g'_1(0) = \frac{\mu}{(\mu + z + \lambda - \lambda\hat{g}(z))^2} (1 - \lambda\hat{g}'(z)) \Big|_{z=0}. \quad (14)$$

Чтобы найти  $\hat{g}'(0)$ , сначала дифференцируем (13):

$$\hat{g}'(z) = -\frac{\mu(\lambda + \gamma)(3\lambda + \gamma + \mu + 2z - 2\lambda\hat{g}(z))}{(z + \lambda - \lambda\hat{g}(z) + \mu)^2(z + 2\lambda - \lambda\hat{g}(z) + \gamma)^2} (1 - \lambda\hat{g}'(z)),$$

откуда (с учетом  $\hat{g}(0) = 1$ ) получаем

$$\hat{g}'(0) = -\frac{\lambda + \gamma + \mu}{(\mu - \lambda)\gamma - \lambda^2}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (14), вычисляем среднюю длину периода занятости

$$EB_1 = -g'_1(0) = \frac{\lambda + \gamma}{\mu\gamma - \lambda(\lambda + \gamma)},$$

а также, учитывая (4), среднюю длину цикла регенерации

$$ET = EB_1 + E\tau = \frac{\lambda + \gamma}{\mu\gamma - \lambda(\lambda + \gamma)} + \frac{1}{\lambda} = \frac{\gamma}{\lambda(\gamma - (\lambda + \gamma)\lambda/\mu)}.$$

Данное выражение совпадает со средней длиной цикла регенерации в системе с повторными вызовами типа  $M/M/1$ , полученной другим путем в работе [17, формула (26)]. Подчеркнем, что метод работы [17] не позволяет найти другие моменты длины периода занятости, кроме среднего.

Аналогично находим второй момент:

$$EB_1^2 = g''_1(0) = \frac{2\mu^3\gamma^2(\lambda + \gamma)^2((\lambda + \gamma + \mu)^2 - \mu(\lambda + \gamma))}{(\mu\gamma^2 - \lambda(\lambda + \gamma)(\lambda + \gamma + \mu))(\lambda^2 - \gamma(\mu - \lambda))^2}.$$

Теперь вычислим ПФ  $\phi(z)$  числа заявок  $\theta$ , обслуженных на периоде занятости для  $\mu = \lambda + \gamma$ . В этом случае СВ  $S + \zeta$  имеет распределение Эрланга второго порядка с параметром  $\mu$  и плотностью

$$f_{S+\zeta}(x) = \mu^2 x e^{-\mu x}, \quad x \geq 0.$$

Далее, ПФ СВ  $\hat{\theta}$  представляет собой решение уравнения (11)

$$\hat{\psi}(z) = \frac{z\mu^2}{(\mu + \lambda - \lambda\hat{\psi}(z))^2},$$

решение которого имеет вид [16]

$$\hat{\psi}(z) = \mathbf{E}z^{\hat{\theta}} = \sum_{n=1}^{\infty} z^n \frac{1}{n} C_{n-2}^{n-1} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n-1} \left(\frac{\mu}{\mu + \lambda}\right)^{3n-1}.$$

Ввиду (12), искомую ПФ СВ  $\theta$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} \psi(z) &= \frac{\mu z}{\mu + \lambda - \lambda\hat{\psi}(z)} = \\ &= \mu z \left( \mu + \lambda - \lambda \sum_{n=1}^{\infty} z^n \frac{1}{n} C_{3n-2}^{n-1} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n-1} \left(\frac{\mu}{\mu + \lambda}\right)^{3n-1} \right)^{-1}, \quad z \leq 1. \end{aligned}$$

## 4.2 Система $M/Erlang/1$

Рассмотрим систему с повторными попытками, в которой время обслуживания  $S$  имеет распределение Эрланга порядка  $k$  с плотностью

$$f_S(x) = \frac{\mu^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\mu x}, \quad x \geq 0, \quad \mu > 0,$$

где  $k \in \{1, 2, \dots\}$  — фиксированное число. Пусть выполнено условие стационарности (1):

$$\frac{k\lambda}{\mu} < \frac{\gamma}{\lambda + \gamma}.$$

Для нахождения ПЛС  $g_1(z)$  длины периода занятости  $B_1$  сначала вычислим ПЛС для СВ  $S$  и  $S + \zeta$

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= \left(\frac{\mu}{\mu + z}\right)^k; \\ \hat{\varphi}(z) &= \left(\frac{\mu}{\mu + z}\right)^k \frac{\lambda + \gamma}{\lambda + \gamma + z}, \end{aligned}$$

а затем запишем уравнение (6) для ПЛС  $\hat{g}(z)$ :

$$\hat{g}(z) = \frac{\mu^k(\lambda + \gamma)}{(\mu + z + \lambda - \lambda\hat{g}(z))^k(2\lambda + \gamma + z - \lambda\hat{g}(z))}. \quad (16)$$

В этом случае уравнение (16) также определяет неявно заданную функцию  $\hat{g}(z)$ , через которую искомое ПЛС выражается как

$$g_1(z) = \frac{\mu^k}{(\mu + z + \lambda - \lambda \hat{g}(z))^k}.$$

Как и в предыдущем примере, нетрудно показать, учитывая

$$\begin{aligned} \hat{g}(0) &= 1, \quad \hat{g}'(0) = \frac{\mu + k(\lambda + \gamma)}{\lambda k(\lambda + \gamma) - \mu\gamma}; \\ \hat{g}''(0) &= \frac{\mu(\lambda + \gamma)(k(k+1)(\lambda + \gamma)^2 + 2k\mu(\lambda + \gamma) + 2\mu^2)}{(k\lambda(\lambda + \gamma) - \mu\gamma)^2(\mu\gamma + 2\mu\lambda - k\lambda(\lambda + \gamma))}, \end{aligned}$$

что

$$\begin{aligned} \mathbb{E}B_1 &= -g_1'(0) = \frac{k\mu^k}{(\mu + z + \lambda - \lambda \hat{g}(z))^{k+1}} (1 - \lambda \hat{g}'(z)) \Big|_{z=0} = \frac{k(\lambda + \gamma)}{\mu\gamma - k\lambda(\lambda + \gamma)}; \\ \mathbb{E}B_1^2 &= g_1''(0) = \frac{k(k+1)\mu^k(1 - \lambda \hat{g}'(z))^2 + k\lambda\mu^k(\mu + z + \lambda - \lambda \hat{g}(z))\hat{g}''(z)}{(\mu + z + \lambda - \lambda \hat{g}(z))^{k+2}} \Big|_{z=0} = \\ &= \frac{k(k+1)(\lambda + \gamma)^2}{k\lambda(\lambda + \gamma) - \mu\gamma} + \frac{k\lambda(\lambda + \gamma)(k(k+1)(\lambda + \gamma)^2 + 2k\mu(\lambda + \gamma) + 2\mu^2)}{(k\lambda(\lambda + \gamma) - \mu\gamma)^2(\mu\gamma + 2\mu\lambda - k\lambda(\lambda + \gamma))}. \end{aligned}$$

Кроме того, средняя длина цикла регенерации равна

$$\mathbb{E}T = \frac{\gamma}{\lambda(\gamma - \lambda(\lambda + \gamma)k/\mu)},$$

что совпадает с соответствующим результатом, полученным в работе [17] другим способом.

Для вычисления ПФ дискретной длины периода занятости предположим снова, что  $\mu = \lambda + \gamma$ . Тогда СВ  $S + \zeta$  имеет распределение Эрланга порядка  $(k + 1)$  с параметром  $\mu$  и плотностью

$$f_{S+\zeta}(x) = \frac{\mu}{k!} (\mu x)^k e^{-\mu x}, \quad x \geq 0.$$

Тогда, согласно [16], ПФ  $\hat{\psi}$  запишется в виде

$$\hat{\psi}(z) = \mathbb{E}z^{\hat{\theta}} = \sum_{n=1}^{\infty} z^n \frac{1}{n} C_{(k+1)n-2}^{n-1} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n-1} \left(\frac{\mu}{\mu + \lambda}\right)^{(k+1)n-1},$$

как решение уравнения (11)

$$\hat{\psi}(z) = z \left( \frac{\mu}{\mu + \lambda - \lambda \hat{\psi}(z)} \right)^{k+1}.$$

Производящую функцию  $\psi(z)$  можно записать, используя (12), как

$$\begin{aligned} \psi(z) &= z \left( \frac{\mu}{\mu + \lambda - \lambda \hat{\psi}(z)} \right)^k = \\ &= \mu^k z \left( \mu + \lambda - \lambda \sum_{n=1}^{\infty} z^n \frac{1}{n} C_{(k+1)n-2}^{n-1} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^{n-1} \left( \frac{\mu}{\mu + \lambda} \right)^{(k+1)n-1} \right)^{-k}, \quad z \leq 1. \end{aligned}$$

### 4.3 Система $M/Weibull/1$

Пусть теперь время обслуживания  $S$  распределено по закону Вейбулла с плотностью  $f_S(x) = 2xe^{-x^2}$ ,  $x \geq 0$ . В этом случае  $ES = \Gamma(1, 5) = \sqrt{\pi}/2$ , где  $\Gamma$  есть гамма-функция

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt, \quad x > 0.$$

Условие стационарности (1) принимает вид:

$$\lambda \Gamma(1, 5) < \frac{\gamma}{\lambda + \gamma}.$$

Напомним также, что

$$\hat{\rho} = \lambda E(S + \zeta) = \lambda \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} + \frac{1}{\lambda + \gamma} \right).$$

Более того, соответствующие ПЛС имеют вид (см. обозначения выше):

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} z e^{z^2/4} \left( 1 - \Phi \left( \frac{z}{2} \right) \right); \\ \hat{\varphi}(z) &= \frac{\lambda + \gamma}{\lambda + \gamma + z} \left( 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} z e^{z^2/4} \left( 1 - \Phi \left( \frac{z}{2} \right) \right) \right), \end{aligned}$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt, \quad x \geq 0.$$

Уравнение (6) для  $\hat{g}(z)$  примет в данном случае вид:

$$\hat{g}(z) = \frac{\lambda + \gamma}{\lambda + \gamma + z} \left( 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} (z + \lambda - \lambda \hat{g}(z)) e^{(z + \lambda - \lambda \hat{g}(z))^2 / 4} \left( 1 - \Phi \left( \frac{z + \lambda - \lambda \hat{g}(z)}{2} \right) \right) \right). \quad (17)$$

В соответствии с (10)  $g_1(z)$  удовлетворяет уравнению:

$$g_1(z) = 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} (z + \lambda - \lambda \hat{g}(z)) e^{(z + \lambda - \lambda \hat{g}(z))^2 / 4} \left( 1 - \Phi \left( \frac{z + \lambda - \lambda \hat{g}(z)}{2} \right) \right),$$

где ПЛС  $\hat{g}(z)$  представляет собой решение уравнения (17). Вычислим моменты  $B_1$ :

$$\begin{aligned} EB_1 &= \frac{(\lambda + \gamma)\sqrt{\pi}/2}{\gamma - \lambda(\gamma + \lambda)\sqrt{\pi}/2}; \\ EB_1^2 &= \frac{\lambda\sqrt{\pi}}{(\lambda + \gamma)^2(1 - \lambda\sqrt{\pi}/2)} + \frac{\lambda\pi/2}{(1 - \lambda\sqrt{\pi}/2)(\gamma - \lambda(\lambda + \gamma)\sqrt{\pi}/2)}. \end{aligned}$$

## 5 Система, где сервер забирает заявку с орбиты

Анализ, проведенный в подразд. 3.2, можно обобщить на системы с пуассоновским входным процессом и повторными заявками, когда сервер после завершения обслуживания сам забирает заявку с орбиты для обслуживания. Для этого серверу требуется случайное время  $\phi$  с распределением общего вида  $F_\phi(x)$  (и ПЛС  $\varphi_\phi(z) = Ee^{-z\phi}$ ). Если в процессе поиска поступает заявка входного потока, то поиск прекращается и сервер приступает к обслуживанию вновь прибывшей заявки. Исследование таких систем и их приложения представлены, например, в работах [18–20].

Пусть в системе с пуассоновским входным потоком с параметром  $\lambda$  и временем обслуживания  $S$  время поиска  $\phi$  имеет распределение  $F_\phi(x)$ . В прежних обозначениях условие стационарности такой системы есть

$$\lambda ES + \lambda E[\min(\tau, \phi)] < 1,$$

или  $\rho < \varphi_\phi(\lambda)$  [20]. Такую систему можно рассматривать как систему с ожиданием и первым временем обслуживания на периоде занятости  $S_1 = S$ , в то время как остальные времена обслуживания распределены как СВ  $\hat{S} = S + \zeta$ , где СВ  $\zeta = \min(\tau, \phi)$  имеет функцию распределения

$$F_\zeta(x) = 1 - e^{-\lambda x} (1 - F_\phi(x)), \quad x \geq 0,$$

и ПЛС

$$\varphi_\zeta(z) = \frac{\lambda}{\lambda + z} - \lambda \int_0^\infty e^{-(\lambda+z)x} F_\phi(x) dx + \varphi_\phi(z + \lambda).$$

Поскольку  $\mathbf{E}e^{-z\hat{S}} = \varphi(z)\varphi_\zeta(z)$  ввиду независимости СВ  $S$  и  $\zeta$ , где  $\varphi(z) = \mathbf{E}e^{-zS}$ , то дальнейший анализ может быть проведен по аналогии с тем, что представлено выше для системы, где заявка делает попытки независимо от состояния сервера. Более детальный анализ таких систем предполагается провести в отдельном исследовании.

## 6 Заключение

Для системы с повторными вызовами постоянной интенсивности с пуассоновским входным потоком и произвольным временем обслуживания рассматривается задача нахождения распределения длительности периода занятости (в терминах ПЛС), а также распределения числа заявок, обслуженных за этот период (в терминах ПФ). Анализ базируется на представлении исходной модели как системы с ожиданием, в которой первая заявка на периоде занятости имеет иное время обслуживания, чем последующие. Показано, что искомое распределение удовлетворяет функциональному уравнению, аналогичному классическому уравнению для системы  $M/G/1$  с ожиданием. Аналогичный анализ проведен в терминах ПФ числа заявок, обслуженных на периоде занятости. Приведены примеры расчета начальных моментов для ряда конкретных систем. Предложенная интерпретация системы с повторными заявками как системы с ожиданием (и исключительным первым обслуживанием) может быть эффективна при анализе других стационарных характеристик систем с повторными заявками.

## Литература

1. *Fayolle G.* A simple telephone exchange with delayed feedback // *Teletraffic analysis and computer performance evaluation* / Eds. O. J. Boxma, J. W. Cohen, H. C. Tijms. — Amsterdam: Elsevier Science Publs. B. V., 1986. P. 245–253.
2. *Avrachenkov K., Yechiali U.* On tandem blocking queues with a common retrial queue // *Comput. Oper. Res.*, 2010. Vol. 37. Iss. 7. P. 1174–1180. doi: 10.1016/j.cor.2009.10.004.

3. *Morozov E., Steyaert B.* Stability analysis of regenerative queueing models. — Cham: Springer, 2021. 185 p. doi: 10.1007/978-3-030-82438-9. EDN: BNDRHS.
4. *Choi B. D., Shin Y. W., Ahn W. C.* Retrial queues with collision arising from unslotted CSMA/CD protocol // *Queueing Syst.*, 1992. Vol. 11. P. 335–356. doi: 10.1007/BF01163860.
5. *Choi B. D., Rhee K. H., Park K. K.* The  $M/G/1$  retrial queue with retrial rate control policy // *Probab. Eng. Inform. Sc.*, 1993. Vol. 7. P. 29–46. doi: 10.1017/S0269964800002771.
6. *Yao S., Xue F., Mukherjee B., Yoo S. J. B., Dixit S.* Electrical ingress buffering and traffic aggregation for optical packet switching and their effect on TCP-level performance in optical mesh networks // *IEEE Commun. Mag.*, 2002. Vol. 40. Iss. 9. P. 66–72. doi: 10.1109/MCOM.2002.1031831.
7. *Wong E. W. M., Andrew L. L. H., Cui T., Moran B., Zalesky A., Tucker R. S., Zukerman M.* Towards a bufferless optical internet // *J. Lightwave Technol.*, 2009. Vol. 27. No. 14. P. 2817–2833. doi: 10.1109/JLT.2009.2017211.
8. *Lillo R. E.* A  $G/M/1$ -queue with exponential retrial // *TOP*, 1996. Vol. 4. Iss. 1. P. 99–120. doi: 10.1007/BF02568606.
9. *Welch P. D.* On a generalized  $M/G/1$  queueing process in which the first customer of each busy period receives exceptional service // *Oper. Res.*, 1964. Vol. 12. P. 736–752. doi: 10.1287/opre.12.5.736.
10. *Рыжиков Ю. И.* Распределение числа требований в системе массового обслуживания «с разогревом» // *Проблемы передачи информации*, 1973. Т. IX. № 1. С. 88–97.
11. *Van Ommersen J. C. W.* The discrete-time single-server queue // *Queueing Systems*, 1991. Vol. 8. P. 279–294. doi: 10.1007/BF02412256.
12. *Kengaku H., Miyazawa M.* Regenerative cycle approach to an  $M/G/1$  queue with exceptional service // *J. Oper. Res. Soc. Jpn.*, 2000. Vol. 43. No. 4. P. 486–504. doi: 10.15807/jorsj.43.486.
13. *Tian N., Zhang Z. G.* Vacation queueing models. — New York, NY, USA: Springer, 2006. 386 p. doi: 10.1007/978-0-387-33723-4.
14. *Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н.* Введение в теорию массового обслуживания. — 2-е изд. — М.: Наука, 1987. 434 с.
15. *Cohen J. W.* The single-server queue. — Amsterdam: North-Holland, 1982. 682 p.
16. *Chaudhry M. L., Goswami V.* Analytically explicit results for the distribution of the number of customers served during a busy period for special cases of the  $M/G/1$  queue // *J. Probability Statistics*, 2019. Vol. 2019. Art. 7398658. 15 p. doi: 10.1155/2019/7398658.
17. *Morozov E., Rogozin S.* The mean regeneration cycle length in a constant retrial rate system // *Information technologies and mathematical modelling. Queueing theory and applications* / Eds. A. Dudin, A. Nazarov, A. Moiseev. — Communications in computer and information science ser. — Cham: Springer, 2024. Vol. 2163. P. 288–299. doi: 10.1007/978-3-031-65385-8.21.
18. *Kim J., Kim B.* Tail asymptotics for the queue size distribution in the MAP/G/1 retrial queue // *Queueing Syst.*, 2010. Vol. 66. P. 79–94. doi: 10.1007/s11134-010-9179-9.
19. *Morozov E., Zhukova K.* A large deviation analysis of retrial models with constant and classic retrial rates // *Perform. Evaluation*, 2019. Vol. 135. Iss. 12. Art. 102021. 12 p. doi: 10.1016/j.peva.2019.102021.

20. Morozov E., Zhukova K. The overflow probability asymptotics in a single-class retrial system with general retrieve time // Distributed computer and communication networks: Control, computation, communications / Eds. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, D. V. Kozyrev. — Lecture notes in computer science ser. — Cham: Springer, 2021. Vol. 13144. P. 55–66. doi: 10.1007/978-3-030-92507-9\_6.

Поступила в редакцию 13.01.2026

Принята к публикации 15.03.2026

---

---

## BUSY PERIOD ANALYSIS IN $M/G/1$ RETRIAL QUEUE WITH CONSTANT RETRIAL RATE

K. A. Zhukova<sup>1,2</sup> and E. V. Morozov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Applied Mathematical Research of the Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 11 Pushkinskaya Str., Petrozavodsk 185910, Russian Federation

<sup>2</sup>Petrozavodsk State University, 33 Lenin Str., Petrozavodsk 185910, Republic of Karelia, Russian Federation

**Abstract:** The busy period of a stationary single-server retrial system with a constant retrial rate is studied. The analysis is based on a comparison of the original retrial system with a buffered  $M/G/1$ -type model featuring exceptional first service. It is shown that the busy period distribution satisfies a functional equation similar to the well-known equation for the conventional  $M/G/1$  system. The main result is expressed in terms of Laplace–Stieltjes transforms for the continuous busy period duration and in terms of generating functions for the integer-valued busy period length. Several analytical examples are provided.

**Keywords:** retrial queue; busy period; regeneration; stationarity; Laplace–Stieltjes transform; constant retrial rate; first exceptional service

**DOI:** 10.14357/08696527260107

**EDN:** MXXTVE

### Acknowledgments

The work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation as part of the program of the Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics under the Agreement No. 075-15-2025-345.

### References

1. Fayolle, G. 1986. A simple telephone exchange with delayed feedback. *Teletraffic analysis and computer performance evaluation*. Eds. O. J. Boxma, J. W. Cohen, and H. C. Tijms. 245–253.
2. Avrachenkov, K., and U. Yechiali. 2010. On tandem blocking queues with a common retrial queue. *Comput. Oper. Res.* 37(7):1174–1180. doi: 10.1016/j.cor.2009.10.004.

3. Morozov, E., and B. Steyaert. 2021. *Stability analysis of regenerative queueing models*. Springer. 185 p. doi: 10.1007/978-3-030-82438-9. EDN: BNDRHS.
4. Choi, B. D., Y. W. Shin, and W. C. Ahn. 1992. Retrial queues with collision arising from unslotted CSMA/CD protocol. *Queueing Syst.* 11:335–356. doi: 10.1007/BF01163860.
5. Choi, B. D., K. H. Rhee, and K. K. Park. 1993. The  $M/G/1$  retrial queue with retrial rate control policy. *Probab. Eng. Inform. Sc.* 7:29–46. doi: 10.1017/S0269964800002771.
6. Yao, S., F. Xue, B. Mukherjee, S. J. B. Yoo, and S. Dixit. 2002. Electrical ingress buffering and traffic aggregation for optical packet switching and their effect on TCP-level performance in optical mesh networks. *IEEE Commun. Mag.* 40(9):66–72. doi: 10.1109/MCOM.2002.1031831.
7. Wong, E. W. M., L. L. H. Andrew, T. Cui, B. Moran, A. Zalesky, R. S. Tucker, and M. Zukerman. 2009. Towards a bufferless optical internet. *J. Lightwave Technol.* 27(14):2817–2833. doi: 10.1109/JLT.2009.2017211.
8. Lillo, R. E. 1996. A  $G/M/1$ -queue with exponential retrial. *TOP* 4(1):99–120. doi: 10.1007/BF02568606.
9. Welch, P. D. 1964. On a generalized  $M/G/l$  queueing process in which the first customer of each busy period receives exceptional service. *Oper. Res.* 12(5):736–752. doi: 10.1287/opre.12.5.736.
10. Ryzhikov, Yu. I. 1973. Distribution of the number of requests in a queueing system with “Warm-up”. *Probl. Inf. Transm.* 9(1):67–74.
11. Van Ommeren, J. C. W. 1991. The discrete-time single-server queue. *Queueing Syst.* 8:279–294. doi: 10.1007/BF02412256.
12. Kengaku, H., and M. Miyazawa. 2000. A regenerative cycle approach to an  $M/G/1$  queue with exceptional service. *J. Oper. Res. Soc. Jpn.* 43(4):486–504. doi: 10.15807/jorsj.43.486.
13. Tian, N., and Z. G. Zhang. 2006. *Vacation queueing models*. New York, NY: Springer. 386 p. doi: 10.1007/978-0-387-33723-4.
14. Gnedenko, B., and I. N. Kovalenko. 1989. *An introduction to queueing theory*. 2nd ed. Boston: Birkhäuser Boston. 315 p. doi: 10.1007/978-1-4615-9826-8.
15. Cohen, J. W. 1982. *The single-server queue*. Amsterdam: North-Holland. 682 p.
16. Chaudhry, M. L., and V. Goswami. 2019. Analytically explicit results for the distribution of the number of customers served during a busy period for special cases of the  $M/G/1$  queue. *J. Probability Statistics* 2019:7398658. 15 p. doi: 10.1155/2019/7398658.
17. Morozov, E., and S. Rogozin. 2024. The mean regeneration cycle length in a constant retrial rate system. *Information technologies and mathematical modelling. Queueing theory and applications*. Eds. A. Dudin, A. Nazarov, and A. Moiseev. Communications in computer and information science ser. Cham: Springer. 2163:288–299. doi: 10.1007/978-3-031-65385-8\_21.
18. Kim, J., and B. Kim. 2010. Tail asymptotics for the queue size distribution in the  $MAP/G/1$  retrial queue. *Queueing Syst.* 66:79–94. doi: 10.1007/s11134-010-9179-9.
19. Morozov, E., and K. Zhukova. 2019. A large deviation analysis of retrial models with constant and classic retrial rates. *Perform. Evaluation* 135(12):102021. 12 p. doi: 10.1016/j.peva.2019.102021.

20. Morozov, E., and K. Zhukova. 2021. The overflow probability asymptotics in a single-class retrial system with general retrieve time. *Distributed computer and communication networks: Control, computation, communications*. Eds. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, and D. V. Kozyrev. Lecture notes in computer science ser. Cham: Springer. 13144:55–66. doi: 10.1007/978-3-030-92507-9\_6.

*Received January 13, 2026*

*Accepted March 3, 2026*

## Contributors

**Zhukova Ksenia A.** (b. 1990) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, scientist, Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 11 Pushkinskaya Str., Petrozavodsk 185910, Republic of Karelia, Russian Federation; associate professor, Petrozavodsk State University, 33 Lenin Str., Petrozavodsk 185910, Republic of Karelia, Russian Federation; kalinaaksenia90@gmail.com

**Morozov Evsey V.** (b. 1947) — Doctor of Science in physics and mathematics, leading scientist, Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 11 Pushkinskaya Str., Petrozavodsk 185910, Republic of Karelia, Russian Federation; professor, Petrozavodsk State University, 33 Lenin Str., Petrozavodsk 185910, Republic of Karelia, Russian Federation; emorozov@karelia.ru

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АРХИТЕКТУРНЫХ МОДИФИКАЦИЙ СХЕМ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ ФУНКЦИИ БЛОКИРОВКИ СИСТЕМЫ FDU ITER

*В. Д. Артемьев<sup>1</sup>, Г. М. Коновалов<sup>2</sup>, П. Ю. Чайка<sup>3</sup>*

**Аннотация:** Статья посвящена одной из наиболее существенных проблем при создании международного термоядерного экспериментального реактора (ИТЭР) — обеспечению надежности. В частности, важное значение имеет вопрос оценки показателей надежности конечных элементов, которые входят в состав различных подсистем реактора. На примере реальной подсистемы рассматривается влияние различных архитектурных модификаций схем резервирования на надежность функции блокировки в системе быстрого вывода энергии термоядерного реактора ИТЭР. Анализируются варианты структур с разным уровнем резервирования и логической связью. Выполнено моделирование методом *k*-из-*n* (*k* — минимальное число элементов, обеспечивающее функционирование системы из *n* элементов) с расчетом надежности. Полученные результаты позволяют обоснованно выбирать схемные решения для повышения отказоустойчивости ключевых защитных функций.

**Ключевые слова:** система быстрого вывода энергии; резервирование; надежность; ИТЭР

**DOI:** 10.14357/08696527260108

**EDN:** BEUXKN

### 1 Введение

В настоящее время во Франции силами семи участников (ЕС, Япония, США, Россия, Китай, Индия, Южная Корея) под общим руководством международной организации ИТЭР (International Thermonuclear Experimental Reactor) ведется сооружение термоядерного реактора [1, 2]. Проект ИТЭР объединяет научные, инженерные и экономические ресурсы участников [3]. Для повышения надежности ИТЭР, т. е. способности систем сохранять выполнение требуемых функций в заданных условиях эксплуатации, был разработан комплекс мер, называемый RAMI-анализом [4, 5] (RAMI — аббревиатура от reliability, availability, maintainability, inspectability). Основная задача RAMI-анализа — определить возможные технические риски и предложить эффективные методы

<sup>1</sup>АО «НИИЭФА», artemev@sintez.niiefa.spb.su

<sup>2</sup>Частное учреждение Государственной корпорации по атомной энергии «Росатом» «Проектный центр ИТЭР», g.konovlov@iterrf.ru

<sup>3</sup>АО «НИИЭФА», chaikap@sintez.niiefa.spb.su

для их снижения с целью увеличения вероятности безотказной работы (ВБР) установки. РАМІ-анализ проводится на стадии проектирования и начинается с эскизного анализа. Применение данного анализа позволяет заранее выявлять узкие места в системах управления и защиты, что критично для безопасности термоядерного реактора [6].

Согласно методологии проведения РАМІ-анализа, принятой международной организацией ИТЭР, расчет коэффициентов готовности подсистем проводится на основании характеристик надежности (интенсивности отказов и времени на восстановление работоспособности) элементов в составе конкретной подсистемы [5]. Методика расчета готовности может быть реализована с использованием модели  $k$ -из- $n$  ( $k$ -out-of- $n$ ), которая позволяет оценивать влияние отказов отдельных элементов на функционирование подсистем [7]. Применение современных подходов к резервированию учитывает как вероятность отказа (ВО), так и затраты на восстановление, что повышает эффективность эксплуатации подсистем [8, 9]. В связи с этим повышение надежности отдельных элементов подсистемы является приоритетной задачей для разработчиков, что особенно актуально для систем управления и защиты, где отказ единичного элемента может привести к развитию аварийной ситуации [10]. В настоящей работе проведен сравнительный анализ трех схем резервирования для обеспечения функции блокировки: действующей двухкольцевой с логикой ИЛИ, а также двух модификаций — трехкольцевой с логикой ИЛИ и двухкольцевой с параллельным резервированием элементов. Первая модификация позволяет определить влияние увеличения уровня резервирования на надежность, а вторая — оценить эффект локального резервирования элементов без изменения общей структуры. Под кольцом понимается замкнутая логическая структура, состоящая из пяти элементов, совместно выполняющих функцию блокировки, где каждое кольцо функционирует независимо.

Целью данной статьи ставится определение влияния структурных модификаций схем резервирования на показатели надежности и совокупные эксплуатационные затраты с последующим выбором рациональной архитектуры на основе критерия надежность/стоимость восстановления [11].

Похожая цель уже встречается в ряде других работ, что демонстрирует ее актуальность в том числе и для данной подсистемы. Повышение надежности технических систем за счет резервирования должно неизменно рассматриваться в комплексе с экономическими показателями [12, 13]. Необходимо учитывать тот факт, что увеличение структурной избыточности не всегда приводит к экономически целесообразному решению, поскольку рост надежности может сопровождаться непропорциональным увеличением затрат [14, 15].

Материал статьи структурирован следующим образом. В разд. 2 приводится описание блоков быстрого вывода энергии и системы их управления и контроля, которые входят в состав системы электропитания реактора ИТЭР. Раздел 3 посвящен методике расчета показателей надежности для различных архитектурных схем системы управления и контроля. В разд. 4 проводится анализ полученных результатов и предлагаются рекомендации по оптимизации затрат на обслужива-

ние и ремонт. В заключении статьи подводятся некоторые итоги и определяются направления дальнейших исследований по данной тематике.

## **2 Описание конструкции**

Одна из подсистем реактора ИТЭР — система электропитания, которая состоит из устройства коммутации тока и вывода энергии из сверхпроводящих обмоток, силовых цепей постоянного тока и измерительных устройств. Исходные требования к разработке и изготовлению определены в техническом задании (ТЗ).

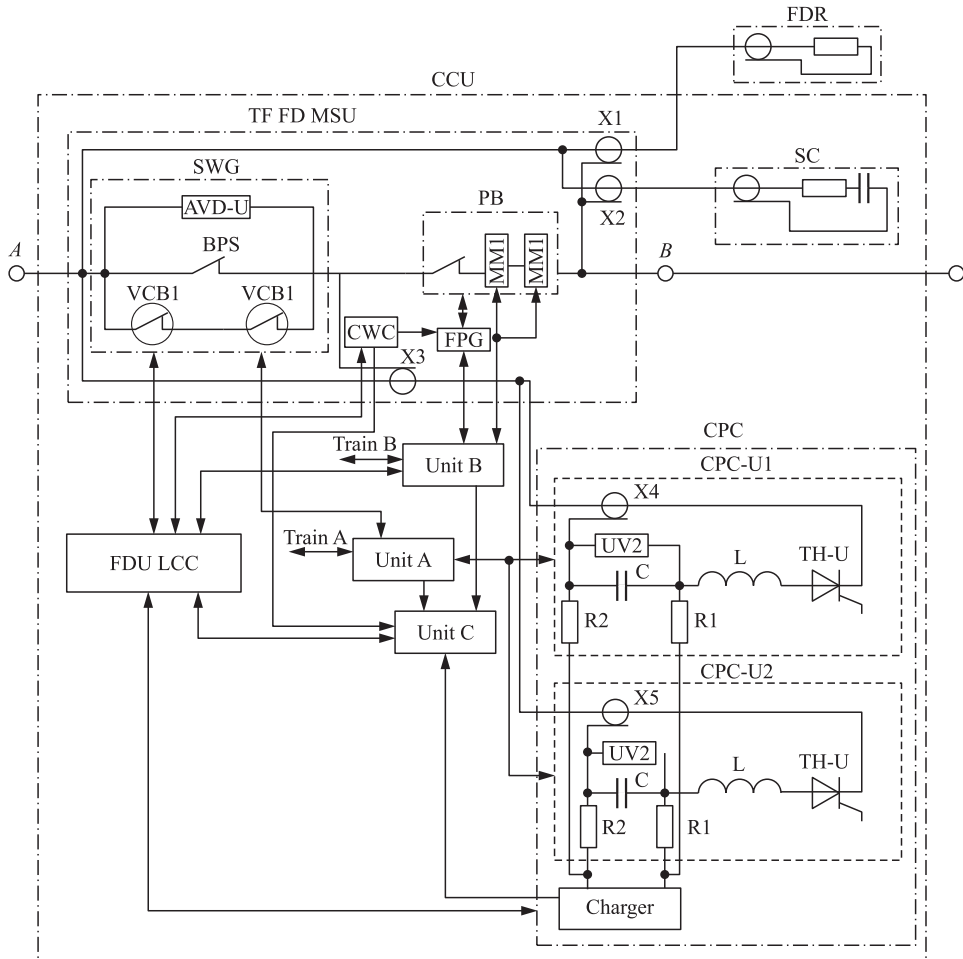
Практически все оборудование, относящееся как к системе электропитания, так и к остальным системам ИТЭР, уникально и не имеет аналогов на мировом рынке, что требует проведения специальных разработок. Применительно к системе электропитания наиболее сложной задачей представляется создание коммутационных аппаратов, способных длительно выдерживать сверхвысокие токи (до 70 кА), отключать их под высоким напряжением (до 10 кВ) и при этом обладать высоким быстродействием.

Блоки быстрого вывода энергии из катушек тороидального поля (TF FDU — Toroidal Field Fast Discharge Units), являющиеся частью системы электропитания, должны состоять из автоматических выключателей постоянного тока, которые размыкаются по команде в случае гашения катушки TF или другого типа неисправности для перенаправления тока из катушек TF, блока разрядных резисторов, служащего для вывода магнитной энергии из катушек TF, и местного блока управления (Local I&C System), предназначенного для управления компонентами в составе FDU при выполнении основной функции.

Функциональное назначение блоков быстрого вывода энергии можно определить как санкционированное переключение тока, текущего через катушки тороидального поля в нормальном режиме, в цепь разрядных резисторов для обеспечения вывода магнитной энергии из катушек в случае нарушения сверхпроводимости или других нештатных ситуаций.

Для реализации своего функционального назначения блоки быстрого вывода энергии должны решать следующие задачи:

- обеспечение безотказного протекания тока тороидальных катушек через устройство в нормальном режиме;
- обеспечение санкционированного переключения тока, текущего через катушки тороидального поля в нормальном режиме, в цепь разрядных резисторов при непревышении коммутационными перенапряжениями заданных в ТЗ ограничений;
- обеспечение невозможности несанкционированного переключения тока, текущего через катушки поля в нормальном режиме, в цепь разрядных резисторов;
- обеспечение штатного рассеивания выводимой энергии на разрядных резисторах;



**Рис. 1** Схема TF FDU

– передача команды на срабатывание и выдача информации о готовности изделия к штатному функционированию.

Девять блоков быстрого разряда должны быть последовательно соединены с девятью парами катушек для быстрого вывода накопленной магнитной энергии.

Схема TF FDU представлена на рис. 1.

В каждом блоке быстрого вывода энергии (FDU) последовательно соединены два автоматических выключателя.

Первый, называемый блоком коммутации тока (CCU), рассчитан на многократную работу и размыкается при обнаружении гашения тока.

Второй выключатель со взрывным приводом (PB) с генератором пусковых импульсов (FPG) используется в качестве резервного, если ССУ выйдет из строя.

Блок коммутации тока состоит из механического обходного выключателя (BPS) и вакуумного выключателя (VCB), соединенных параллельно и образующих двухступенчатый сильноточный механический выключатель (SWG).

Параллельно с ССУ и PB установлен снабберный контур (SC) для предотвращения перенапряжения на клеммах катушек.

Цепь противоимпульса (CPC), представляющая собой емкостной накопитель энергии, состоит из двух однонаправленных блоков противоимпульса (CPC-U1 и CPC-U2) и зарядного устройства (CH).

Система водяного охлаждения с коллектором охлаждающей воды (CWC) предназначена для охлаждения PB, SWG и медных шин.

### **Локальная система управления и контроля FDU (Local I&C System)**

Рассмотрим более подробно локальную систему управления и контроля FDU (Local I&C System). Локальная система I&C — неотъемлемая часть TF FDU и предназначена для управления компонентами, входящими в состав FDU, при выполнении основной функции, а именно: защиты сверхпроводящих катушек TF в случае гашения или других типов аварийных событий, которые могут потенциально повредить катушки или силовое оборудование.

Кроме того, локальная система I&C должна выполнять следующие дополнительные функции.

**Функция 1.** Местное управление системой в случае технического обслуживания или отказа центральной системы управления.

**Функция 2.** Приведение в состояние готовности TF FDU в автоматическом режиме по командам I&C-станции.

**Функция 3.** Оперативный контроль и управление в состоянии готовности, когда ток сверхпроводящих катушек проходит через контактную систему FDU.

**Функция 4.** Выполнение последовательности операций быстрого разряда в случае гашения или другого типа неисправностей (функция блокировки).

Локальная система управления и контроля FDU включает в себя следующее оборудование:

- шкаф местного управления FDU (FDU LCC) — обеспечивает размещение контроллеров, электронных устройств и плат, информационные и электрические связи между компонентами;
- периферийные блоки управления (блоки А, В и С), расположенные рядом с SWG;
- датчики:

- датчик дугового напряжения (AVD-U), расположенный на блоке VCB;
- два магнитных модулятора MM1 и MM2, расположенные на PB, которые являются частями двух датчиков нулевого тока (ZCD1 и ZCD2).

Система локальной блокировки I&C реализована как отдельная подсистема в составе Local I&C System и обеспечивает выполнение функции 4 и включает в себя следующие устройства:

- два контроллера местной блокировки — F-LIC 1 и F-LIC 2 (Siemens FM 352-5) — первый предназначен для управления оборудованием силовоточного механического выключателя (SWG) в режиме реального времени при быстрой разрядке, а второй — для управления резервным выключателем (PB) в случае неисправности управления основной блокировкой со стороны SWG;
- две станции Siemens ET-200M — передают информацию о сигналах с F-LIC 1 и F-LIC 2 на контроллер блокировки установки и локальный контроллер замедления системы Conventional I&C;
- интерфейсный блок разрядного контура (DLIB) — соединяет систему локальной блокировки с петлями гашения для подачи команды на быструю разрядку;
- исполнительные механизмы объектов управления;
- источники обратных сигналов объектов управления;
- каналы передачи сигналов.

Функции системы локальной блокировки I&C следующие:

- обнаружение событий блокировки;
- выполнение действий блокировки;
- информирование центральной системы блокировки (CIS) о локальных событиях/действиях;
- интерфейс с системой управления, доступа к данным и коммуникации (CODAC) для мониторинга данных (локальных операций).

Схема системы локальной блокировки представлена на рис. 2, где BPS — байпасный переключатель; VCB — вакуумный автоматический выключатель; AVD — датчик дугового напряжения; CPC-U1 и CPC-U2 — однонаправленные блоки противоимпульса; PB — пиробрейкер; FPG — генератор пусковых импульсов; CWC — коллектор охлаждающей воды; ZCD1 и ZCD2 — датчики нулевого тока.

Надежность блоков быстрого вывода энергии и системы их управления зависит от комплексного подхода, включающего проектирование, тестирование, эксплуатацию и профилактику возможных сбоев. На стадии проектирования можно выбрать различные архитектурные модификации, которые будут оказывать прямое влияние на надежность всей системы в целом.

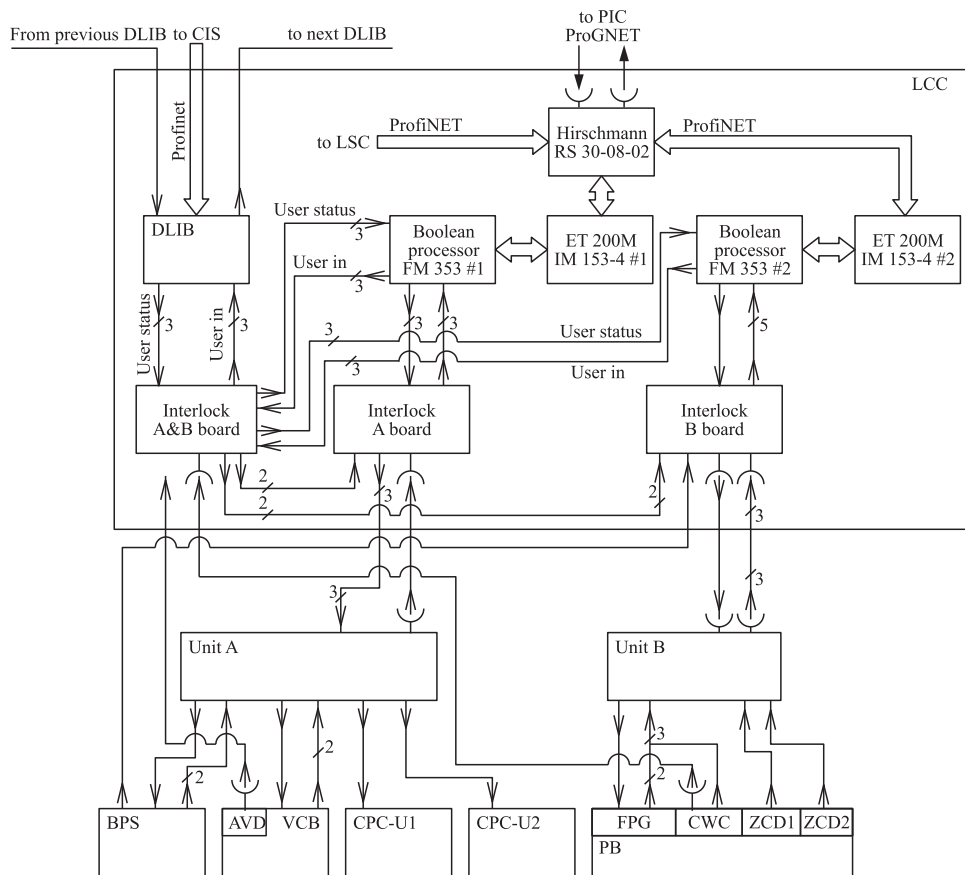


Рис. 2 Схема Interlock I&C

### 3 Методика расчета

Действия локальной системы управления и контроля FDU (Local I&C) по блокировке заключаются в разрыве электрической цепи FDU, чтобы ток сверхпроводящих катушек TF был направлен на разрядные резисторы (FDR), где будет высвобождена энергия магнитного поля сверхпроводящих катушек. Для этого система Local I&C блокировки выполняет быструю разрядку.

На данный момент базовая схема резервирования, которая уже используется в ИТЭР для описания работы системы Local I&C, представляет собой двухкольцевую схему с логикой ИЛИ между кольцами (по пять элементов в кольце), где система работает, если работает хотя бы одно кольцо.

Как альтернативы существующей схеме предлагаются следующие архитектурные модификации:

- трехкольцевая с логикой ИЛИ между кольцами;
- двухкольцевая с параллельным резервированием элементов.

### 3.1 Двухкольцевая схема с логикой ИЛИ между кольцами

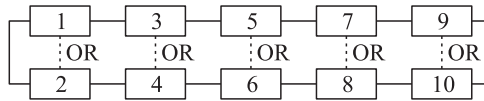
Логическая схема для определения ВБР представлена на рис. 3.

На основании логической схемы путем расчета с использованием стандартных моделей отказов для каждого компонента определены показатели безотказности (табл. 1).

Размерность ВО 1/год отражает среднее число отказов элемента или подсистемы за один год эксплуатации. Система изначально проектировалась с внутренним дублированием: для обеспечения основной функции достаточно иметь работоспособными 7 блоков TF FDU из 9. Вероятность безотказной работы системы (схема  $k$ -из- $n$ ) можно рассчитать по формуле:

$$P_{TF\ FDU} = \sum_{i=k}^n \binom{n}{n-i} P^i Q^{n-i}, \quad (1)$$

где  $P$  — ВБР;  $Q$  — ВО.



**Рис. 3** Логическая архитектура исходной двухкольцевой схемы резервирования для оценки безотказности локальной системы управления и контроля FDU

**Таблица 1** Показатели безотказности для системы Local I&C по блокировке TF FDU и его компонентов

Компонент		ВБР	ВО, 1/год
Позиция на рис. 3	Обозначение		
1	LCC power supply #1	0,9829	0,0171
2	LCC power supply #2	0,9829	0,0171
3	F-LIC #1 (BP1)	0,9798	0,0202
4	F-LIC #2 (BP2)	0,9798	0,0202
5	Interlock A board	0,9146	0,0854
6	Interlock B board	0,9732	0,0268
7	Unit A	0,8459	0,1541
8	Unit B	0,9419	0,0581
9	Channels of SWG local control	0,9668	0,0332
10	Channels of Pirobreaker local control	0,8956	0,1044
1 + 3 + 5 + 7 + 9	Interlock 1 ring	0,7203	0,2797
2 + 4 + 6 + 8 + 10	Interlock 2 ring (redundant control channel)	0,7906	0,2094
Итого		0,9414	0,0586

Подставим данные в формулу (1):

$$P_{\text{TF FDU}} = \left( \binom{9}{7} \cdot 0,9414^7 \cdot 0,0586^2 \right) + \left( \binom{9}{8} \cdot 0,9414^8 \cdot 0,0586^1 \right) + \left( \binom{9}{9} \cdot 0,9414^9 \cdot 0,0586^0 \right) \approx 0,9871.$$

Таким образом, ВБР системы быстрого вывода энергии из тороидальных катушек при двухкольцевой схеме подключения с логикой ИЛИ составляет 0,9871.

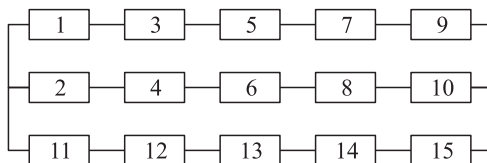
Рассчитанная ВБР характеризует данную систему как достаточно надежную. Однако следует учитывать, что это ВБР одной из подсистем, поэтому для конечной системы ВБР может оказаться ниже, чем того требует ТЗ.

В следующих подразделах рассмотрены альтернативные конфигурации схемы резервирования для оценки необходимости повышения надежности.

### 3.2 Трехкольцевая схема с логикой ИЛИ между кольцами

В данной модификации добавляется третье резервное кольцо, состоящее из пяти элементов. При таких условиях система будет продолжать работать, если будет работать хотя бы одно из трех колец.

Альтернативный вариант логической схемы Local I&C представлен на рис. 4.



**Рис. 4** Логическая архитектура трехкольцевой схемы резервирования для оценки безотказности локальной системы управления и контроля FDU

Для расчета общей ВБР схемы в качестве допущения примем ВБР элементов третьего резервного кольца равными ВБР элементов второго кольца. По аналогии с предыдущей схемой по формуле (1)  $P_{\text{TF FDU}} = 0,99985$ .

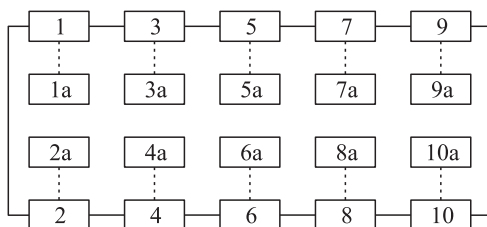
Вероятность безотказной работы системы увеличилась по сравнению с предыдущим значением.

### 3.3 Двухкольцевая схема с параллельным резервированием элементов

В данной модификации каждый элемент имеет дублирующий резервный блок, обеспечивающий повышенную отказоустойчивость за счет логики ИЛИ как между кольцами, так и внутри пар.

Вариант архитектуры представлен на рис. 5.

Безотказность по такой схеме оценивается в несколько этапов.



**Рис. 5** Логическая архитектура двухкольцевой схемы с резервированием элементов для оценки безотказности локальной системы управления и контроля FDU

**Таблица 2** Вероятность безотказной работы пар элементов

Номер пары	ВБР
1–1а	0,9997
2–2а	0,9997
3–3а	0,9993
4–4а	0,9993
5–5а	0,9927
6–6а	0,9699
7–7а	0,9762
8–8а	0,9966
9–9а	0,9988
10–10а	0,9891

1. При идентичности каждого элемента со своим параллельным резервным блоком считаем ВБР пар элементов по формуле:

$$P_{\text{пары}} = 1 - (1 - P)^2,$$

где  $P$  — ВБР компонента и резервного блока.

Результаты вычисления ВБР пар представлены в табл. 2.

2. Затем вычисляем безотказность каждого кольца:

– ВБР первого кольца

$$0,9997 \cdot 0,9993 \cdot 0,9927 \cdot 0,9762 \cdot 0,9988 = 0,967;$$

– ВБР второго кольца

$$0,9997 \cdot 0,9993 \cdot 0,9699 \cdot 0,9966 \cdot 0,9891 = 0,955.$$

3. Считаем ВБР всей системы:

$$P_{\text{системы}} = 1 - (1 - 0,967)(1 - 0,955) = 0,9985.$$

**Таблица 3** Результаты расчета схем резервирования TF FDU

Конфигурация схемы	Число элементов, шт.	ВБР
Двухкольцевая система с логикой «ИЛИ» между кольцами	10	0,9871
Трехкольцевая система с логикой «ИЛИ» между кольцами	15	0,99985
Двухкольцевая система с параллельным резервированием элементов	20	0,99999

Вероятность безотказной работы TF FDU по схеме  $k$ -из- $n$  по формуле (1)  $P_{TF\ FDU} = 0,9999$ .

Значение увеличилось по сравнению с предыдущими схемами.

Результаты расчета для всех конфигураций схем представлены в табл. 3.

Результаты расчета показывают, как изменяется ВБР в зависимости от структуры и числа компонентов. Исходя из полученных результатов можно сделать вывод о том, что нет необходимости в дополнительном резервировании и чрезмерном повышении надежности. Необходимо также учитывать стоимость обслуживания таких архитектурных модификаций.

#### 4 Оптимизация затрат на обслуживание и ремонт при сохранении высокого коэффициента готовности

При анализе надежности технических систем важно учитывать не только вероятностные характеристики, но и экономические последствия отказов. Особенно актуальным становится учет затрат на ремонт, зависящих от суммарного времени восстановления, куда входит не только восстановление самих компонентов, но и остановка процесса, доступ к компонентам, закупка, перезапуск и т. д. При этом если для системы достигнут высокий показатель готовности, то существует возможность оптимизации затрат на ремонт без снижения текущего коэффициента готовности. Это возможно за счет снижения совокупной стоимости восстановления каждого или некоторых компонентов системы при помощи показателей МТТФ (Mean Time To Failures — наработка на отказ) и МТТР (Mean Time To Repair — среднее время восстановления).

На примере локальной системы управления и контроля TF FDU проведем оценку затрат в зависимости от схемы резервирования. Оценка коэффициента готовности проводится по формуле:

$$A_i = \frac{ММТФ_{сист}}{МТТФ_{сист} + МТТР_{сист}},$$

где  $MTTF_{\text{сист}}$  — наработка на отказ системы;  $MTTR_{\text{сист}}$  — среднее время восстановления системы.

Расчет  $MTTF$  и  $MTTR$  системы для разных архитектурных схем проводится с использованием наработок и времени восстановления ее элементов при учете параллельно-последовательного соединения согласно рис. 3–5, табл. 1 и следующих формул:

- интенсивность отказов элемента  $i$ ,  $1/\text{ч}$ :

$$\lambda_i = -\frac{\ln(P_i)}{t},$$

где  $P_i$  — ВБР элемента;  $t$  — время, равное 8760 ч (1 год);

- среднее время восстановления элемента  $i$ , ч:

$$MTTR_i = \frac{1}{\mu_i};$$

- $MTTF$  при последовательном соединении, ч:

$$MTTF_{\text{ring}} = \frac{1}{\sum \lambda_i};$$

- $MTTF$  при параллельном соединении (логика 1 из 2), ч:

$$MTTF_{\text{сист}} = \left( \frac{1}{MTTF_{\text{ring1}}} + \frac{1}{MTTF_{\text{ring2}}} - \frac{1}{MTTF_{\text{ring1}} + MTTF_{\text{ring2}}} \right)^{-1};$$

- $MTTF$  при параллельном соединении (логика 1 из 3), ч:

$$MTTF_{\text{сист}} = \left( \frac{1}{MTTF_{\text{ring1}}} + \frac{1}{MTTF_{\text{ring2}}} + \frac{1}{MTTF_{\text{ring3}}} + \frac{1}{MTTF_{\text{ring1}} + MTTF_{\text{ring2}} + MTTF_{\text{ring3}}} - \frac{1}{MTTF_{\text{ring1}} + MTTF_{\text{ring2}}} + \frac{1}{MTTF_{\text{ring1}} + MTTF_{\text{ring3}}} + \frac{1}{MTTF_{\text{ring2}} + MTTF_{\text{ring3}}} \right)^{-1};$$

- взвешенное среднее  $MTTR$  при последовательном соединении, ч:

$$MTTR_{\text{ring}} = \frac{\sum (\lambda_i MTTR_i)}{\sum \lambda_i};$$

**Таблица 4** Исходные данные МТТФ и МТТР

Номер компонента	$\lambda_i, 1/\text{ч}$	МТТР, ч	МТТФ, ч
1	$1,97 \cdot 10^{-6}$	8	507888
2	$1,97 \cdot 10^{-6}$	8	507888
3	$2,86 \cdot 10^{-6}$	8	350258
4	$2,86 \cdot 10^{-6}$	8	350258
5	$1,02 \cdot 10^{-5}$	9	98131
6	$2,17 \cdot 10^{-5}$	8,5	46029
7	$1,91 \cdot 10^{-5}$	12	52344
8	$6,83 \cdot 10^{-6}$	14	146351
9	$3,85 \cdot 10^{-6}$	10	259451
10	$1,26 \cdot 10^{-5}$	10	79448

– МТТР при параллельном соединении (логика 1 из 2), ч:

$$\text{МТТР}_{\text{сист}} = \frac{\lambda_{\text{ring1}}\text{МТТР}_{\text{ring1}} + \lambda_{\text{ring2}}\text{МТТР}_{\text{ring2}}}{\lambda_{\text{ring1}} + \lambda_{\text{ring2}}};$$

– МТТР при параллельном соединении (логика 1 из 3), ч:

$$\text{МТТР}_{\text{сист}} = \frac{\lambda_{\text{ring1}}\text{МТТР}_{\text{ring1}} + \lambda_{\text{ring2}}\text{МТТР}_{\text{ring2}} + \lambda_{\text{ring3}}\text{МТТР}_{\text{ring3}}}{\lambda_{\text{ring1}} + \lambda_{\text{ring2}} + \lambda_{\text{ring3}}};$$

– МТТФ для пары одинаковых элементов, ч:

$$\text{МТТФ}_{\text{пары}} = 1,5\text{МТТФ}_i;$$

– МТТР для пары одинаковых элементов, ч:

$$\text{МТТР}_{\text{пары}} = \frac{\text{МТТР}_i}{2}.$$

Исходные данные МТТФ и МТТР представлены в табл. 4, номера компонентов соответствуют рис. 3.

Компоненты 11–15 третьего кольца (см. рис. 4) — дубликаты компонентов второго кольца, а значения МТТР и МТТФ для компонентов 1а–10а (см. рис. 5) принимают значения компонентов 1–10.

Задача оптимизации заключается в минимизации суммарных затрат на ремонт при сохранении заданного коэффициента готовности:  $\min_{\{\text{МТТР}_i\}} \sum_{i=1}^N C_{\text{рем}}(\text{МТТР}_i)$ , где  $C_{\text{рем}}$  — стоимость обслуживания и ремонта элемента, у. е.;  $N$  — число элементов в системе.

**Таблица 5** Результаты расчета коэффициента готовности схем резервирования системы TF FDU

Конфигурация схемы	MTTR, ч	MTTF, ч	$A_i$
Двухкольцевая система с логикой «ИЛИ» между кольцами	10,5	48 430	0,9997
Трехкольцевая система с логикой «ИЛИ» между кольцами	10,5	62 492	0,9998
Двухкольцевая система с параллельным резервированием элементов	5,26	72 645	0,9999

При ограничении  $A(\{MTTR_i\}) \geq A_{\text{задан}}$ , где  $A_{\text{задан}}$  — целевой коэффициент готовности, также ограничиваем параметры восстановления, при которых базовое время не превышает рассчитанное:  $0 < MTTR_i^{\text{баз}} \leq MTTR_i$  (среднее базовое время восстановления системы).

Величина затрат  $C_{\text{рем}}(MTTR_i)$  может возрастать при сокращении времени восстановления, отражая затраты на резервные компоненты, дополнительный персонал и другие аспекты, вызванные сокращением MTTR, поэтому используем подход приращенных (дополнительных) затрат:

$$C_{\text{рем}}(MTTR_i) = \alpha_i (MTTR_i^{\text{баз}} - MTTR_i), \quad (2)$$

где  $\alpha_i > 0$  — удельные затраты на сокращение времени восстановления для системы  $i$ ; при  $MTTR_i = MTTR_i^{\text{баз}}$  дополнительные затраты равны нулю.

Для демонстрации положим уровень удельных затрат — 500 у. е./ч. Так как первая схема (см. рис. 3) уже реализована в системе, определим ее как базовую и рассчитаем максимально допустимое  $MTTR_{\text{max}}$  для каждой из схем, при котором можно сохранить коэффициент готовности в 0,9997 по результатам табл. 5.

Для двухкольцевой системы с логикой ИЛИ максимально допустимое MTTR:

$$MTTR_{\text{max}} = \frac{MTTF}{A_{\text{задан}}} - MTTF = \frac{48\,430}{0,9997} - 48\,430 = 14,53 \text{ ч.}$$

В качестве допущения положим  $MTTR_i = MTTR_{\text{max}}$  и вычислим затраты по формуле (2):

$$C_{\text{рем}} = 500(10,5 - 14,53) = -2006,1 \text{ у. е.}$$

Аналогичным образом проводим расчет для остальных конфигураций.

Результаты расчетов представлены в табл. 6.

Отрицательные результаты, полученные в табл. 6, демонстрируют отсутствие дополнительных затрат на ремонт и могут быть приравнены к 0, что отражает

**Таблица 6** Результаты расчетов затрат

Вид системы	Число элементов, шт.	$\alpha_i$ , у. е.	MTTR <sub><i>i</i></sub> <sup>баз</sup> , ч	MTTR <sub>max</sub> , ч	$C_{\text{рем}}$ , у. е.
Двухкольцевая с логикой «ИЛИ»	10	500	10,5	14,53	-2006,1
Трехкольцевая с логикой «ИЛИ»	15		10,5	18,75	-4115,4
Двухкольцевая с параллельным резервированием элементов	20		5,26	21,8	-8269,8

положительный экономический эффект. По полученным результатам можно сделать вывод, что все три схемы подходят для реализации, однако по сложности конфигурации и ввиду отсутствия экономического преимущества при дополнительном резервировании оптимальной представляется двухкольцевая схема с логикой ИЛИ для данной системы. Выбор более сложной конфигурации станет оправданным при повышенных требованиях к коэффициенту готовности, например 0,9999, или ограничениях на время простоя.

## 5 Заключение

В ходе проведенного анализа выполнена комплексная оценка трех различных архитектурных схем системы I&C по блокировке TF FDU при помощи простых расчетных процедур. На первом этапе для каждой схемы была рассчитана ВБР, что позволило установить незначительное положительное влияние структурной избыточности на надежность исследуемых конфигураций. На втором этапе выполнены расчеты коэффициентов готовности, на основе которых был определен целевой уровень 0,9997, а также оценены приращенные дополнительные затраты для сопоставления экономической эффективности при фиксированных эксплуатационных требованиях.

Результаты анализа показали, что увеличение структурной избыточности не дает экономических преимуществ при достижении заданной готовности. С точки зрения совокупной эффективности наиболее рациональной признана двухкольцевая схема с логикой ИЛИ. Тем не менее при изменении требований оптимальной может оказаться иная архитектура; данный вывод следует учитывать при проектировании и модернизации аналогичных систем.

## Литература

1. International Thermonuclear Experimental Reactor. <http://www.iter.org/proj/iterhistory>.
2. *Holtkamp J.* An overview of the ITER project // Fusion Eng. Des., 2007. Vol. 82. Iss. 5-14. P. 427-434. doi: 10.1016/j.fusengdes.2007.03.029.

3. IEC 60812. Analysis techniques for system reliability — procedure for failure mode and effects analysis (FMEA), 2006.
4. *Van Houtte D., Okayama K., Sagot F.* RAMI approach for ITER // *Fusion Eng. Des.*, 2010. Vol. 85. Iss. 7-9. P. 1220–1224. doi: 10.1016/j.fusengdes.2010.03.007.
5. *Коновалов Г. М.* Методика расчета надежности международного термоядерного экспериментального реактора и оптимизация действий по снижению рисков // *Системы и средства информатики*, 2016. Т. 26. № 1. С. 166–181. doi: 10.14357/08696527160111. EDN: VZBFOX.
6. *Maisonnier D.* RAMI: The main challenge of fusion nuclear technologies // *Fusion Eng. Des.*, 2018. Vol. 136. Part B. P. 1202–1208. doi: 10.1016/j.fusengdes.2018.04.102.
7. *Mahmoudi E.* Reliability analysis of weighted  $k$ -out-of- $n$ : System consisting of two different types of nonidentical components each with its own positive integer-valued weight // *J. Statistical Theory Application*, 2020. Vol. 19. Iss. 3. P. 408–414. . doi: 10.2991/jsta.d.200917.002. EDN: GXCRVJ.
8. *Lin H. C.-S., Huang C. L., Yeh W.-C.* A novel constraints model of credibility-fuzzy for reliability redundancy allocation problem by simplified swarm optimization // *Appl. Sci. — Basel*, 2021. Vol. 11. Iss. 22. Art. 10765. 14 p. doi: 10.3390/app112210765. EDN: XZRJAR.
9. *Blokus A., Dziula P.* Relations of imperfect repairs to critical infrastructure maintenance costs // *Sustainability — Basel*, 2021. Vol. 13. Iss. 9. Art. 4917. doi: 10.3390/su130949177. EDN: SWTXGA.
10. *Sun M., Yu J., Li T., Ge D.* An integrated safety assessment method based on PSA and RAMI for fusion reactors // *Nuclear Materials Energy*, 2023. Vol. 34. Art. 101391. 9 p. doi: 10.1016/j.nme.2023.101391. EDN: TRDGKK.
11. ГОСТ Р 27.102-2021. Надежность в технике. Надежность объекта. Термины и определения. — М.: Российский институт стандартизации, 2021. 36 с. <https://protect.gost.ru/document1.aspx?control=31&id=241536>.
12. *Зацаринный А. А., Гарагин А., Козлов С. В.* Некоторые методические подходы к оценке надежности элементов информационно-телекоммуникационных сетей // *Системы и средства информатики*, 2011. Т. 21. № 2. С. 21–33. EDN: ОКНОСР.
13. *Павлов И. В.* Оценка надежности сложных систем с восстановлением по результатам испытаний элементов // *Информатика и её применения*, 2014. Т. 8. Вып. 1. С. 21–27. doi: 10.14357/19922264140103. EDN: RYYFEZ.
14. *Кузнецов П. А.* К вопросу анализа эффективности систем с полным резервированием // *Вестник СибГАУ*, 2015. Т. 16. № 2. С. 326–330. EDN: TYWHNF.
15. *Жаднов В. В., Лукина А. С., Целищев И. С.* Оценка эффективности резервирования магистрально-модульных источников вторичного электропитания // *Изв. вузов. Приборостроение*, 2021. Т. 64. № 9. С. 741–751. doi: 10.17586/0021-3454-2021-64-9-741-751. EDN: TWHKUQ.

Поступила в редакцию 01.08.2025

Принята к публикации 15.03.2026

## INVESTIGATION OF THE EFFECT OF ARCHITECTURAL MODIFICATIONS OF REDUNDANCY SCHEMES ON THE RELIABILITY OF THE ITER FDU INTERLOCK FUNCTION

V. D. Artemev<sup>1</sup>, G. M. Konovalov<sup>2</sup>, and P. Y. Chaika<sup>1</sup>

<sup>1</sup>JSC “NIIIEFA,” 3 Doroga na Metallostroy, St. Petersburg 196641, Russian Federation

<sup>2</sup>Institution “Project Center ITER” of the Russian Federation National Nuclear Corporation “ROSATOM,” 11 bld. 2 Raspletina Str., Moscow 123060, Russian Federation

**Abstract:** The article is devoted to one of the most significant problems in the creation of the international thermonuclear experimental reactor (ITER) — ensuring reliability. In particular, it is important to assess the reliability of elements that belong to various subsystems of the reactor. Using the example of a real subsystem, the influence of various architectural modifications of redundancy schemes on the reliability of the interlock function in the fast energy output system of the ITER thermonuclear reactor is considered. The article analyzes the variants of structures with different levels of redundancy and logical coupling. The simulation was performed using the “ $k$ -out-of- $n$ ” method ( $k$  is the minimum number of elements ensuring the functioning of a system of  $n$  elements) with the calculation of reliability. The results obtained make it possible to reasonably choose circuit solutions to increase the fault tolerance of key protective functions.

**Keywords:** fast energy output system; redundancy; reliability; ITER

**DOI:** 10.14357/08696527260108

**EDN:** BEUXKN

### References

1. International thermonuclear experimental reactor. Available at: <http://www.iter.org/proj/iterhistory/> (accessed March 10, 2026).
2. Holtkamp, J. 2007. An overview of the ITER project. *Fusion Eng. Des.* 82(5-14):427–434. doi: 10.1016/j.fusengdes.2007.03.029.
3. IEC 60812. 2006. Analysis techniques for system reliability — procedure for failure mode and effects analysis (FMEA).
4. Van Houtte, D., K. Okayama, and F. Sagot. 2010. RAMI approach for ITER. *Fusion Eng. Des.* 85(7-9):1220–1224. doi: 10.1016/j.fusengdes.2010.03.007.
5. Konovalov, G. M. 2016. Metodika rascheta nadezhnosti mezhdunarodnogo termoyadernogo eksperimental'nogo reaktora i optimizatsiya deystviy po snizheniyu riskov [Methodology of reliability calculation of International Thermonuclear Experimental Reactor and optimization of risk mitigation actions]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 26(1):166–181. doi: 10.14357/08696527160111. EDN: VZBFOX.
6. Maisonnier, D. 2018. RAMI: The main challenge of fusion nuclear technologies. *Fusion Eng. Des.* 136(B):1202–1208. doi: 10.1016/j.fusengdes.2018.04.102.
7. Mahmoudi, E. 2020. Reliability analysis of weighted  $k$ -out-of- $n$ : System consisting of two different types of nonidentical components each with its own positive

- integer-valued weight. *J. Statistical Theory Application* 19(3):408–414. doi: 10.2991/jsta.d.200917.002. EDN: GXCRVJ.
8. Lin, H. C.-S., C.-L. Huang, and W.-C. Yeh. 2021. A novel constraints model of credibility-fuzzy for reliability redundancy allocation problem by simplified swarm optimization. *Appl. Sci. — Basel* 11(22):10765. 14 p. doi: 10.3390/app112210765. EDN: XZRJAR.
  9. Blokus, A., and P. Dziula. 2021. Relations of imperfect repairs to critical infrastructure maintenance costs. *Sustainability — Basel* 13(9):4917. 19 p. doi: 10.3390/su130949177. EDN: SWTXGA.
  10. Sun, M., J. Yu, T. Li, and D. Ge. 2023. An integrated safety assessment method based on PSA and RAMI for fusion reactors. *Nuclear Materials Energy* 34:101391. 9 p. doi: 10.1016/j.nme.2023.101391. EDN: TRDGKK.
  11. GOST R 27.102-2021. 2021. Nadezhnost' v technike. Nadezhnost' ob"ekta. Terminy i opredeleniya [Dependability in technics. Dependability of object. Terms and definitions]. Moscow: Russian Standardization Institute. 36 p. Available at: <https://protect.gost.ru/document1.aspx?control=31&id=241536> (accessed March 10, 2026).
  12. Zatsarinnyi, A., A. Garanin, and S. Kozlov. 2011. Nekotorye metodicheskie podkhody k otsenke nadezhnosti elementov informatsionno-telekommunikatsionnykh setey [Some methodical approaches to the estimation of reliability of information and telecommunication networks elements]. *Systemy i Sredstva Infomratiki — Systems and Means of Informatics* 21(2):21–33. EDN: OKHOCR.
  13. Pavlov, I. V. 2014. Otsenka nadezhnosti slozhnykh sistem s vosstanovleniem po rezul'tatam ispytaniy elementov [Estimation of reliability of complex systems with renewal based on element test results]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 8(1):21–27. doi: 10.14357/19922264140103. EDN: RYYFEZ.
  14. Kuznetsov, P. 2015. K voprosu analiza effektivnosti sistem s polnym rezervirovaniem [On the analysis of the effectiveness of fully redundant systems]. *Vestnik SibGAU [Siberian State Aerospace University J.]* 16(2):326–330. EDN: TYWHHF.
  15. Zhadnov, V, A. Lukina, and I. Tselishchev. 2021. Otsenka effektivnosti rezervirovaniya magistral'no-modul'nykh istochnikov vtorichnogo elektropitaniya [Evaluating the effectiveness of redundancy methods for line modular sources of secondary power supply]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie [J. Instrument Engineering]* 64(9):741–751. doi: 10.17586/0021-3454-2021-64-9-741-751. EDN: TWHKUQ.

Received August 1, 2025

Accepted March 15, 2026

## Contributors

**Artemev Vladislav D.** (b. 1998) — engineer, JSC “NIIEFA,” 3 Doroga na Metallostroy, St. Petersburg 196641, Russian Federation; artemev@sintez.niiefa.spb.su

**Konovalov Grigory M.** (b. 1980) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, head of department, Institution “Project Center ITER” of the Russian Federation National Nuclear Corporation “ROSATOM,” 11 bld. 2 Raspletina Str., Moscow 123060, Russian Federation; g.konovalov@iterrf.ru

**Chaika Pavel Y.** (b. 1959) — Candidate of Science (PhD) in technology, head of laboratory, JSC “NIIEFA,” 3 Doroga na Metallostroy, St. Petersburg 196641, Russian Federation, chaikap@sintez.niiefa.spb.su

## АРХИТЕКТУРА ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ В ОБЛАСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК

*Н. А. Калинин<sup>1</sup>, Н. А. Скворцов<sup>2</sup>, С. А. Ступников<sup>3</sup>*

**Аннотация:** В условиях развития междисциплинарных исследовательских инфраструктур возрастает необходимость их адаптации к специфике отдельных предметных областей. Универсальные решения, ориентированные на обеспечение исследователей обобщенными типами исследовательских данных, не могут быть одинаково эффективными для разных направлений научных исследований. В частности, существующие инфраструктуры не учитывают в достаточной степени особенностей таких артефактов, как программный код, модели машинного обучения и вычислительные эксперименты, что затрудняет их применение для решения задач в области компьютерных наук. Предложен подход к адаптации базовой инфраструктуры к особенностям конкретной научной области, включающий проведение анализа ее потребностей, выявление особенностей используемых исследовательских артефактов, формирование требований к инфраструктуре и проектирование архитектуры исследовательской инфраструктуры, учитывающей специфические требования предметной области. Практическая применимость подхода показана на примере области компьютерных наук. В результате предложена архитектура исследовательской инфраструктуры, включающая базовые универсальные подсистемы и расширяемая специализированными подсистемами. Для покрытия нужд исследователей в области компьютерных наук обоснована необходимость поддержки многоверсионности программных артефактов, интеграции инструментов разработки и исполнения программного кода. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании исследовательских инфраструктур в других предметных областях.

**Ключевые слова:** принципы FAIR; анализ предметной области; исследовательские инфраструктуры; компьютерные науки

**DOI:** 10.14357/08696527260109

**EDN:** WUAWYZ

### 1 Введение

В современных условиях при проведении исследований ученые сталкиваются с огромным объемом и разнообразием данных, которые необходимо хранить,

---

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, kalinin-na@yandex.ru

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, nskv@mail.ru

<sup>3</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, sstupnikov@ipiran.ru

обрабатывать, анализировать и публиковать для обеспечения воспроизводимости результатов. Однако эти данные не всегда легкодоступны и могут быть использованы в других исследованиях без дополнительной работы по их подготовке. В связи с этим особое внимание уделяется следованию принципам FAIR [1], которые декларируют необходимость обеспечения обнаруживаемости (Findable), доступности (Accessible), интероперабельности (Interoperable) и пригодности для повторного использования (Reusable) исследовательских данных. Помимо принципов FAIR предлагался ряд расширений для конкретных предметных областей [2, 3], которые учитывались в той или иной степени практически во всех сервисах, предназначенных для размещения исследовательских данных. Принципы FAIR имеют большое влияние в развитых исследовательских инфраструктурах, и следование им демонстрирует повышение общей эффективности исследований [4]. К сожалению, несмотря на значительные предпринимаемые усилия, сохраняются существенные трудности в обеспечении повторного использования научных данных.

С одной стороны, это связано с недостатком осведомленности исследователей о важности публикации данных и сервисов в соответствии с принципами FAIR, технической нетривиальности следования им, с проблемами стандартизации, администрирования исследований. С другой стороны, внедрение принципов FAIR в различных предметных областях происходит неравномерно. Эта ситуация отчетливо проявляется в таких областях, как компьютерные науки, математика, экономика и социальные науки, гуманитарные науки [5]. Одна из причин такой диспропорции — недостаточный учет потребностей конкретных предметных областей в существующих исследовательских инфраструктурах. Большая часть исследователей ограничивается публикацией своих данных в неспециализированных сервисах (GitLab, arXiv) или хорошо известных репозиториях с ограниченным функционалом (Zenodo, Dryad) [6]. Таким образом, возникает необходимость в исследовании и разработке архитектуры исследовательской инфраструктуры, способной учитывать как базовые междисциплинарные требования, так и предметно-ориентированные особенности конкретных областей исследований.

Цель данного исследования — разработка подхода к адаптации исследовательских инфраструктур под нужды конкретных предметных областей и демонстрация его применения для области компьютерных наук. В рамках предложенного подхода проводится анализ потребностей области, выявление специфики исследовательских артефактов, формулирование требований к инфраструктуре и проектирование архитектуры, учитывающей эти требования. Для области компьютерных наук предложена архитектура, включающая специализированные подсистемы хранения многоверсионных артефактов, исполнения кода и обогащения метаданных. Это позволяет поддерживать такие характерные для данной области артефакты, как программный код и вычислительные эксперименты. Для учета особенностей предметных областей в разработанной архитектуре обосновывается механизм расширения универсальной инфраструктуры пред-

метно-ориентированными сервисами. Данное исследование проведено в рамках исследования более широкой проблемы — разработки методов построения междисциплинарных исследовательских инфраструктур, способных адаптироваться к особенностям различных научных дисциплин. Полученные результаты создают основу для анализа других предметных областей и последующего обобщения архитектурных решений.

Структура работы выглядит следующим образом. В разд. 2 рассматриваются основные этапы подхода к адаптации исследовательской инфраструктуры под требования конкретной предметной области. В разд. 3 представлены результаты анализа потребностей предметной области компьютерных наук. В разд. 4 приводятся результаты анализа существующих исследовательских инфраструктур и их компонентов для поддержки компьютерных наук. Раздел 5 посвящен оценке соответствия существующих инфраструктур принципам FAIR применительно к ключевым артефактам области компьютерных наук. В подразд. 6.1 формулируются требования, которым должны соответствовать исследовательские инфраструктуры в области компьютерных наук. В подразд. 6.2 представлена архитектура исследовательской инфраструктуры, которая отвечает сформулированным требованиям и предусматривает четкое разграничение базовых и специализированных функций исследовательской инфраструктуры.

## **2 Подход к адаптации исследовательской инфраструктуры под нужды предметной области**

Общий подход, позволяющий выявить особенности предметной области и сформулировать для ее поддержки специфические требования к исследовательской инфраструктуре, включает следующие этапы.

1. **Анализ потребностей предметной области:** проводится исследование специфики научной деятельности, выявляются основные типы артефактов, инструменты и сервисы, используемые для их создания, хранения и обмена. Результатом является структурированное описание потребностей и типичных практик.
2. **Оценка существующих решений:** на основе выявленных потребностей анализируются доступные инструменты и инфраструктуры, оценивается степень поддержки специфических артефактов и соответствие их поддержки принципам FAIR, выявляются функциональные пробелы.
3. **Формулирование требований к специализированной инфраструктуре,** сгруппированных по назначению необходимых функций инфраструктуры, с особым вниманием к функциям, не реализованным в универсальных инфраструктурах, на основе сопоставления потребностей с возможностями существующих решений.
4. **Проектирование архитектуры исследовательской инфраструктуры.** На основе требований разрабатывается архитектура, включающая как базовые

вые функции, общие для произвольных исследовательских инфраструктур, так и специализированные функции, учитывающие особенности предметной области. Полнота архитектуры оценивается степенью покрытия требований.

Предложенный подход в данном исследовании применяется к области компьютерных наук, выбор которой обусловлен слабой представленностью ее артефактов в междисциплинарных инфраструктурах и высокой значимостью для развития науки в целом свойственных ей повторно используемых артефактов, таких как программный код, модели машинного обучения и вычислительные эксперименты.

### **3 Анализ потребностей предметной области компьютерных наук**

Исследования в области компьютерных наук охватывают широкий спектр задач, включающий разработку новых алгоритмов и вычислительных методов анализа данных, обучение и применение моделей машинного обучения, проведение вычислительных экспериментов. Основными артефактами и результатами таких исследований выступают:

- программный код — исходные тексты алгоритмов и специализированные библиотеки вычислительных методов;
- модели машинного обучения — файлы обученных моделей, данные и метаданные обучения, конфигурации архитектур;
- описания вычислительных экспериментов — конфигурационные файлы, сценарии запуска, журналы выполнения, параметры окружения, файлы интерактивного анализа.

Эти артефакты тесно связаны в ходе исследований: программный код использует библиотеки, эксперименты опираются на код и модели, для их воспроизводимости фиксируются сведения об окружении (зависимости, версии библиотек, параметры запуска). Программный код — это основной объект разработки исследователей предметной области и прямой результат исследований. Код — это данные, однако он требует особых подходов к хранению, обработке и отслеживанию развития. Его особенные свойства — исполняемость, необходимость поддержки зависимостей от различных библиотек и от ограничений сред разработки, исполнительных сред, операционных систем и оборудования [3].

Работа с артефактами предметной области компьютерных наук опирается на устоявшиеся инструменты совместной разработки: распределенные системы контроля версий (Git), платформы для хостинга кода (GitHub, GitLab), средства контейнеризации (Docker), а также интерактивные среды для проведения и документирования экспериментов (Jupyter). Исследователи ожидают возможности ветвления и слияния динамически меняющегося в процессе исследований кода, отслеживания истории изменений до уровня отдельных строк, совместной работы над библиотеками и моделями. Для обеспечения воспроизводимости требуется

возможность не только хранить код, но и воссоздавать окружение, в котором он исполнялся.

## **4 Анализ существующих исследовательских инфраструктур и их компонентов для поддержки компьютерных наук**

### **4.1 Отдельные элементы исследовательских инфраструктур**

Исследовательские инфраструктуры представляют собой сложные системы, включающие множество компонентов, обеспечивающих хранение, обработку, поиск и повторное использование научных данных. Необходимо выделить основные категории таких компонентов и оценить, насколько существующие решения учитывают специфику исследовательских артефактов, характерных для данной области.

Важным компонентом большинства исследовательских инфраструктур являются *репозитории данных*, предназначенные для долговременного хранения исследовательских объектов. Примерами широко используемых репозиториях общего назначения служат Zenodo [7] и Dryad [8]. По мере роста числа репозиториях возникла потребность в их каталогизации для обеспечения обнаруживаемости данных. Для этого создаются каталоги репозиториях и метаданных, такие как ge3data [9] и FAIRsharing [10]. Дальнейшим развитием этой идеи стали сервисы-агрегаторы и порталы научных данных, например OpenAIRE [11] (интегрированный с инфраструктурой EOSC) и CORE [12], которые обеспечивают интеграцию метаданных из множества источников.

Для работы с исследовательскими объектами как на этапе публикации, так и при повторном использовании создаются специализированные *сервисы-посредники*. Они предоставляют дополнительные возможности по обработке, анализу, визуализации и выполнению исследовательских артефактов. Примеры таких сервисов включают EGI Cloud Compute [13], Language Resource Switchboard [14], а также сервисы платформы Open Science Framework (OSF) [15]. Кроме того, для интеграции неоднородных компонентов применяются стандарты метаданных и спецификации интерфейсов (например, DCAT, RO-Crate, OpenAPI).

В следующих подразделах перечисленные категории компонентов рассмотрены более подробно с акцентом на то, насколько они удовлетворяют потребностям исследователей в области компьютерных наук и способствуют реализации принципов FAIR для таких специфических артефактов, как программный код, модели машинного обучения и вычислительные эксперименты.

### **4.2 Репозитории научных данных**

Репозитории данных представляют собой наиболее многочисленную группу решений в области открытой науки. Их можно классифицировать по охвату

предметных областей (общего назначения и специализированные), а также по типу организации (от институциональных до международных).

Для анализа возможностей существующих репозиторий с точки зрения поддержки исследований в области компьютерных наук были отобраны наиболее крупные и популярные междисциплинарные репозитории на основе каталогов [re3data.org](https://re3data.org) и [FAIRsharing.org](https://FAIRsharing.org). Выбор обусловлен тем, что крупные репозитории с эксклюзивной поддержкой компьютерных наук отсутствуют, однако именно в междисциплинарных хранилищах исследователи данной области чаще всего размещают свои материалы и результаты исследований [6].

**Zenodo** [7]. Zenodo — крупный междисциплинарный репозиторий, позволяющий хранить и распространять исследовательские данные в произвольном формате. Объекты снабжаются уникальным идентификатором DOI и метаданными, соответствующими схеме DataCite [16]. Метаданные отделены от данных и всегда общедоступны. Доступ к данным предоставляется через REST API (Representational State Transfer Application Programming Interface), предусмотрены возможности ограниченного доступа. Реализовано рецензирование на базе сообществ. В Zenodo отсутствует специфическая поддержка для различных предметных областей, однако следует отметить интеграцию с GitHub и значительный объем размещенного программного кода. Тем не менее функциональность для работы с кодом ограничена его простым хранением без поддержки версионности, типичной для систем контроля версий.

**Dryad** [17]. Репозиторий управляется консорциумом исследовательских институтов и поддерживает публикацию произвольных данных. Для загрузки используется протокол SWORD (Simple Web-service Offering Repository Deposit), данные доступны по API и хранятся вместе с метаданными. Поиск осуществляется после сбора метаданных через компонент HARVEST по протоколу OAI-PMH (Open Archives Initiative Protocol for Metadata Harvesting). Поддерживаются идентификаторы DOI (Digital Object Identifier) и ORCID (Open Researcher and Contributor ID). Ключевая особенность Dryad — поддержка процесса курирования данных, обеспечивающего высокое качество метаданных. Специализированные возможности для компьютерных наук отсутствуют.

**Science Data Bank** [18]. Репозиторий, поддерживаемый китайскими научными институтами, отличается большим объемом депонированных данных. Используются идентификаторы DOI и CSTR (Common Standard Textual Representation). Доступны для публикации различные типы данных, включая наборы данных, изображения, таблицы, слайды и программный код. В репозитории насчитывается около 36 тыс. записей с типом «данные программного кода». Метаданные доступны по открытой лицензии и могут быть загружены в нескольких форматах. Специфическая поддержка кода (версионность, исполнение) отсутствует, хотя репозиторий ориентирован на управление цитируемостью и статистикой использования.

**EUDAT B2SHARE** [19]. Репозиторий является частью европейской инфраструктуры EUDAT и поддерживает расширяемые схемы метаданных, регистра-

цию DOI для наборов данных и Handle PID для объектов. Реализована много-версионность данных, интеграция с инструментами сбора метаданных (B2FIND, OpenAIRE Explorer), прямая загрузка из сервиса хранения, синхронизации и обеспечения совместного доступа к данным B2DROP, веб-интерфейс и API. Поддерживаются предметные сообщества, возможность определять расширения метаданных и правила доступа. Хотя специальные механизмы для программного кода не предусмотрены, гибкость схем метаданных позволяет адаптировать описание под нужды конкретной области. B2SHARE ориентирован на использование в качестве компонента распределенной инфраструктуры, поэтому его поисковые и аналитические возможности ограничены.

**Harvard Dataverse** [20]. Один из крупнейших репозиториев, построенных на платформе Dataverse с открытым кодом. Поддерживает интеграцию с другими репозиториями Dataverse. Используется DOI, метаданные соответствуют DataCite. Обеспечивается доступность метаданных, поддерживаются предметные онтологии (например, DDI (Data Documentation Initiative)). Программный код может быть размещен, но его специфическая поддержка (версионность, исполнение) отсутствует. Данные публикуются в виде коллекций (dataverse), для машинного доступа предоставляется API, доступны метрики цитирования. Репозиторий является эталонным для платформы Dataverse.

**Figshare** [21]. Репозиторий, ориентированный на хранение материалов, дополняющих публикации в научных журналах. Данные снабжаются DOI и сопровождаются метаданными, которые могут варьироваться в зависимости от журнала. Поиск осуществляется внешними сервисами. Метаданные доступны по открытым лицензиям, поддерживается выгрузка в различных форматах. Объекты могут содержать ссылки на рецензируемые статьи. Figshare интегрирован в процессы рецензирования, однако специализированные наборы метаданных для компьютерных наук отсутствуют.

**MathRepo** [22]. Этот репозиторий включен в обзор как пример предметно-ориентированного решения, демонстрирующего возможность поддержки специфических артефактов. MathRepo специализируется на компьютерной алгебре (MathPro) и обеспечивает размещение моделей в виде программного кода, а также сохранение результатов вычислений в формате ноутбуков.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что в крупных междисциплинарных репозиториях отсутствуют механизмы, учитывающие специфику конкретных предметных областей. Для компьютерных наук это означает фактическое отсутствие поддержки таких ключевых артефактов, как программный код, модели и вычислительные эксперименты, за исключением возможности их простого хранения и поиска по типу файла. Большинство репозиториев представляют собой централизованные системы с минимальным набором метаданных, необходимым для цитирования (DOI, авторы), и обеспечивают отдельный доступ к метаданным и данным. Под возможностями повторного использования обычно понимается только программный доступ к метаданным. Хотя репозитории часто интегрированы друг с другом и с внешними источниками (например,

GitHub), глубокая поддержка жизненного цикла программного кода, включая версиюность, лицензирование и исполнение, отсутствует. Выявленные ограничения обосновывают необходимость разработки специализированных функций исследовательской инфраструктуры, ориентированной на потребности компьютерных наук.

### 4.3 Каталоги репозитория и сервисы поиска научных данных

Для анализа доступности исследовательских данных в области компьютерных наук необходимо рассмотреть не только отдельные репозитории, но и каталоги, обеспечивающие их обнаруживаемость. Как было показано в предыдущем подразделе, существует значительное число как крупных, так и более мелких репозитория данных. Для обеспечения обнаруживаемости данных в этих репозиториях были созданы каталоги репозитория, которые позже превратились в порталы научных данных. К наиболее известным каталогам относятся упомянутые ранее [re3data.org](https://re3data.org) [9] и [FAIRsharing.org](https://FAIRsharing.org) [10].

Каталоги не всегда обладают развитыми средствами поиска исследовательских данных. Для этого созданы сервисы-агрегаторы и связанные с ними порталы научных данных. Примерами таких решений служат сервисы OpenAIRE [23] и связанный с ним портал EOSC [24], а также портал CORE [11, 12, 25].

Каталоги репозитория [re3data.org](https://re3data.org) и [FAIRsharing.org](https://FAIRsharing.org) организованы сходным образом. Для различных репозитория и источников создается запись, которая дополняется метаданными. Основные метаданные включают принадлежность к предметной области, стране и организации, тип хранимых данных. [Re3data.org](https://re3data.org) обладает более широким перечнем допустимых метаданных. Особенность [FAIRsharing](https://FAIRsharing.org) заключается в хранении записей не только о самих репозиториях, но также и об отраслевых стандартах, политиках. Каталоги репозитория представляют ценность как источник данных для исследований и поисковых сервисов.

В Европейском облаке открытой науки (EOSC, European Open Science Cloud), имеющем федеративную структуру, особенно интересны сервисы интеграции и поиска, предоставляемые в рамках инициативы OpenAIRE. Интеграция осуществляется через сервис OpenAIRE Connect.

OpenAIRE Connect предоставляет инфраструктуру для сбора, хранения и обмена метаданными, связанными с научными результатами и деятельностью. Этот сервис облегчает сбор и стандартизированное хранение метаданных, что способствует повышению доступности научных результатов. Ключевым сервисом с точки зрения обеспечения обнаруживаемости считается OpenAIRE Explore. Это сервис поиска, который позволяет пользователям искать научные результаты в различных источниках, включая институциональные репозитории, архивы данных и издательства. Пользователи могут выполнять поиск по ключевым словам, авторам, организациям и другим критериям, а также фильтровать результаты поиска по дате публикации, типу документа и языку. OpenAIRE Explore исполь-

зует рекомендации OpenAIRE для метаданных, обеспечивая последовательность и стандартизацию метаданных от разных поставщиков данных. Визуализация агрегированных метаданных доступна с помощью сервиса OpenAIRE Graph, который позволяет представить общий ландшафт агрегированных научных данных.

Другим примером решения этой задачи служит платформа CORE, предоставляющая сервисы для поиска, доступа и анализа научных статей и других исследовательских результатов, размещенных в открытых репозиториях и архивах по всему миру. Поиск осуществляется через сервис CORE Discovery, а также доступен сервис CORE Recommender для рекомендации статей на основе алгоритмов машинного обучения.

Проведенный анализ показывает, что сервисы CORE и OpenAIRE практически не предоставляют специфических возможностей для поиска данных в области компьютерных наук. Поиск осуществляется по метаданным, предоставляемым самими репозиториями, которые обычно ограничиваются информацией о типе ресурса и происхождении (страна, автор, область знания). Отсутствие специализированной индексации программного кода, моделей и вычислительных экспериментов затрудняет их обнаружение и повторное использование. Это подтверждает необходимость учета этих ограничений при разработке архитектуры исследовательской инфраструктуры для компьютерных наук.

#### **4.4 Сервисы-посредники в исследовательских инфраструктурах**

Как отмечено в [26], посредники открытых данных предоставляют специализированные ресурсы и возможности для использования открытых данных. В современных исследовательских инфраструктурах эта функциональность поручается сервисам-посредникам. Именно эти сервисы обеспечивают исследователям дополнительные возможности по обработке, анализу, визуализации и в конечном итоге способствуют повторному использованию данных.

В рамках анализа потребностей компьютерных наук необходимо рассмотреть, какие сервисы-посредники уже доступны и насколько они поддерживают работу с программным кодом, вычислительными экспериментами и моделями. Наиболее полный каталог таких сервисов представлен в реестре EOSC Marketplace [27]. Можно выделить следующие сервисы, потенциально значимые для компьютерных наук:

- EGI Notebooks: облачный сервис для работы с данными с помощью платформы Jupyter Notebook;
- DODAS: сервис для интерактивного анализа, основанный на платформах Spark и Jupyter Notebook, а также HTCondor для пакетной обработки данных;
- TSD: сервис для работы с приватными данными, предоставляющий безопасное окружение;
- VD-Maps: сервис для визуализации карт на основе наборов данных;

- Enrichment API: сервис для автоматического создания метаданных, использующий закрытое программное обеспечение expert.ai для извлечения метаданных на основе семантической сети;
- PSI Remote Desktop: сервис предоставления удаленного рабочего стола;
- AI4GEO: сервис для анализа данных с множеством возможностей, включая Jupyter, IDE и открытые AI-фреймворки;
- AMNESIA: сервис для анонимизации конфиденциальных данных с возможностью управления процессом;
- EGI Cloud Container Compute: сервис для запуска контейнеризованных приложений;
- HOSTKEY GPU GRANT PROGRAM: программа предоставления вычислительных мощностей графических ускорителей;
- EGI Workload Manager: сервис для организации распределенных вычислений;
- EGI Online Storage и EGI Data Transfer: сервисы для хранения и гарантированной передачи данных;
- Nuvla.io SAAS: сервис для предоставления облачных технологий широкого спектра;
- robotbenchmark: веб-сервис с облачным программным обеспечением для 3D-моделирования роботов, предоставляющий задачи по робототехнике;
- IFCA-CSIC Cloud Infrastructure: сервис для предоставления облачной инфраструктуры на основе OpenStack;
- Infrastructure Manager: сервис для управления вычислительной инфраструктурой, включая виртуальные машины и облачные решения, с поддержкой процессов CI/CD (Continuous Integration/Continuous Delivery) на основе Ansible;
- DEEP Training Facility: сервис, предоставляющий инструменты для создания моделей машинного обучения и искусственного интеллекта в распределенных инфраструктурах.

Можно отметить, что существующие сервисы-посредники охватывают такие направления, как организация облачных вычислений, работа с контейнерами, интерактивный анализ (Jupyter Notebook), автоматическое обогащение метаданных и доступ к вычислительным ресурсам. Однако для компьютерных наук ключевое значение имеет возможность не только запуска кода, но и интеграции его с репозиториями, обеспечения версионности и лицензионной чистоты компонентов. В рассмотренных сервисах такая интеграция отсутствует. Наиболее близки по функциональности сервисы Enrichment API (для автоматического извлечения метаданных) и DEEP Training Facility (для работы с моделями), однако

они не покрывают полный жизненный цикл программных артефактов. Таким образом, выявленные пробелы подтверждают необходимость разработки специализированных функций исследовательской инфраструктуры, ориентированной на компьютерные науки.

## 5 Поддержка компьютерных наук в исследовательских инфраструктурах

Для оценки того, насколько существующие исследовательские инфраструктуры удовлетворяют потребностям компьютерных наук, необходимо проанализировать их соответствие принципам FAIR [1] применительно к ключевым артефактам данной области. Принципы FAIR часто используются для оценки инструментов публикации и качества публикуемых научных данных. Несмотря на то что они не представляют собой строгих инструкций, они задают направление, следование которому, как показали практика и многочисленные работы, обеспечивает более эффективный научный обмен.

В следующих подразделах рассмотрены вопросы полноты воплощения этих принципов для исследовательских данных в существующих исследовательских инфраструктурах в области компьютерных наук.

### 5.1 Обеспечение доступности (A)

Рассмотренные репозитории и сервисы частично соответствуют принципам доступности, однако для компьютерных наук выявляются следующие ограничения. Далее приводятся конкретные принципы FAIR, конкретизирующие принцип доступности (A), и проводится анализ полноты их покрытия существующими репозиториями и сервисами.

**(Мета)данные извлекаются по их идентификатору с использованием стандартизированного протокола (A1).** Важно отметить, что для настоящей доступности требуется открытость не только протокола, но и открытое описание программного интерфейса. Все упомянутые репозитории (Zenodo, Dryad, Harvard Dataverse и др.) предоставляют REST API, что формально удовлетворяет данному требованию. Однако для программного кода критична возможность интеграции с системами контроля версий (Git, SVN), которая в репозиториях общего назначения отсутствует.

**Протокол допускает процедуру аутентификации и авторизации при необходимости (A1.2).** Вопрос разграничения доступа (как с точки зрения лицензирования, так и с точки зрения конфиденциальности) в большинстве случаев решается путем обеспечения полной открытости метаданных и ограниченного набора параметров для ограничения доступа к данным. Именно такое решение наблюдается во всех рассмотренных в предыдущем разделе репозиториях. Как показано в [28], существует потребность и в разграничении доступа к метаданным, особенно если эти метаданные автоматически извлечены из исследовательского

объекта. Особенность области компьютерных наук в данном случае заключается в необходимости поддерживать различные типы ограничений доступа к элементам одного исследовательского артефакта, например при совместном использовании компонентов с закрытым и открытым исходным кодом. Ни один из рассмотренных репозиториях не предоставляет такого разграничения.

**Метаданные доступны, даже если данные больше не доступны (A2).** Во всех рассмотренных репозиториях принцип A2 выполняется на концептуальном уровне, однако важно помнить, что соответствие ему неразрывно связано с вопросом обеспечения технической надежности хранения данных. Примером гарантии этой надежности служит использование хранилища CERN для Zenodo. Альтернативой дорогим высоконадежным централизованным системам могут стать децентрализованные, распределенные системы. Их возможности в рассмотренных репозиториях не используются.

## 5.2 Обеспечение обнаруживаемости (F)

Как показано в предыдущем разделе, существующие ресурсы обеспечивают некоторый уровень соответствия принципам обнаруживаемости, в том числе для области компьютерных наук. **(Мета)данным присваивается глобальный уникальный и постоянный идентификатор (F1). Метаданные четко и недвусмысленно включают идентификатор данных, которые они описывают (F3). Данные регистрируются или индексируются на ресурсе с возможностью поиска (F4).** Эти требования выполняются всеми крупными репозиториями.

Таким образом, дополнительных усилий требует только выполнение принципа **данные описаны богатыми метаданными (F2)**. Требование (F2) предполагает использование обширных метаданных, выходящих за пределы базового набора (автор, название, год). Существуют два подхода к решению этого вопроса. Первый подход, отмеченный, в частности, в статье [29], состоит в разработке более полных стандартов метаданных для предметных областей. Будучи основным подходом на протяжении длительного времени, он тем не менее обладает ограниченной эффективностью, так как требует проведения серьезной дополнительной работы со стороны исследователя, публикующего свои результаты. Второй подход представлен, в частности, сервисом Enrichment API в EOSC и представляет собой дополнение вручную сформированных стандартных метаданных метаданными, извлеченными автоматически. Примером метаданных, извлекаемых автоматически для исследований в области компьютерных наук, служат схемы наборов данных, используемые библиотеки, внешнее программное обеспечение, характеристики программного кода, такие как используемые алгоритмы, шаблоны проектирования и т. д. Однако, как показано в предыдущем разделе, автоматическое обогащение метаданных для кода в существующих репозиториях не применяется. Совмещение этих двух подходов, которое позволит использовать отраслевые стандарты и освободит исследователей от тяжелой и неочевидной работы, должно быть обеспечено инфраструктурой.

### 5.3 Обеспечение интероперабельности (I)

Рассмотрим, насколько существующие решения обеспечивают интероперабельность исследовательских артефактов в области компьютерных наук.

Принципы **(мета)данные используют формальный, доступный и широко применимый язык для представления знаний (I1)** и **(мета)данные используют словари (I2)** концептуально учитываются в существующих решениях. Однако, как показано в работе [30], степень соответствия им зависит от качества представлений метаданных и их словарей соответственно. Для конкретных предметных областей это означает, что выбранный язык должен удовлетворять требованиям этой области и что выбраны или построены словари, предоставляющие корректную и общепринятую интерпретацию терминов. В рассмотренных репозиториях и сервисах экосистемы EOSC использование словарей уровня инфраструктуры ограничено междисциплинарными стандартами (например, DataCite). Специализированные онтологии для описания программного кода, вычислительных экспериментов или моделей машинного обучения в этих инфраструктурах не применяются.

Несколько хуже обеспечивается соответствие принципу **(мета)данные содержат квалифицированные ссылки на другие (мета)данные (I3)**. Наличие квалифицированных ссылок означает интеграцию с другими инфраструктурами и в минимальной степени представлено во всех инфраструктурах. Во всех рассмотренных репозиториях используются ссылки на другие репозитории (обычно на Zenodo или GitHub), DOI, а также указание провайдеров сервисов. Наиболее развитой реализацией этой интеграции считается сервис OpenAIRE. Таким образом, описанная интеграция осуществляется путем внесения данных в каталоги данных, подключения сервисов поиска, использования общепринятых идентификаторов и базовых наборов метаданных. Кроме того, как показано в [3], это требование также означает необходимость наличия квалифицированных ссылок на программные зависимости. Поскольку программные зависимости являются специфичным типом данных, в рассмотренных инфраструктурах вопрос о наличии квалифицированных ссылок на них не решен. Для компьютерных наук это критично, так как повторное использование кода невозможно без явного указания зависимостей и их версий.

### 5.4 Обеспечение воспроизводимости и повторного использования (R)

**(Мета)данные богато описаны с множеством точных и актуальных атрибутов (R1)**. Реализация этого принципа неразрывно связана с принципом F2, однако требует описания не только поисковых характеристик, но и атрибутов, необходимых для воспроизводимости и повторного использования исследовательского объекта. Актуальность данных и метаданных предполагает реализацию сервисов для поддержки процессов сопровождения данных, а также сервисов анализа метаданных на предмет их точности и актуальности. В контексте

компьютерных наук это требует поддержки версионности не только самих артефактов, но и их окружения (библиотек, зависимостей, параметров запуска), что в рассмотренных решениях отсутствует.

**(Мета)данные выпущены с четкой и доступной лицензией на использование данных (R1.1).** Функционал лицензирования широко представлен в существующих инфраструктурах и реализован во всех рассмотренных репозиториях. Единственной специфичной для области компьютерных наук особенностью является необходимость поддерживать отдельные лицензии для отдельных компонентов одного и того же исследовательского объекта (например, одна лицензия для кода, другая — для данных и моделей, третья — для внешних зависимостей). Ни один из проанализированных репозиториях не позволяет задавать разные лицензии для частей одного набора данных.

**(Мета)данные связаны с подробной историей происхождения (R1.2).** Доступные решения в некоторой мере обеспечивают учет этого принципа. Предоставляются метаданные об авторах, организации, и в некоторых случаях предоставляется также сервис рецензирования публикуемых материалов. Для публикуемого программного кода актуален перенос понятий происхождения и авторства с целого объекта на его составные части. Программные средства контроля версий позволяют определить авторство с точностью до строки, однако ни одно из рассмотренных решений не использует эту особенность. То же самое относится и к реализации многоверсионности в существующих решениях, которая может быть расширена для типов исследовательских объектов, позволяющих такое расширение.

**(Мета)данные соответствуют стандартам, релевантным для соответствующей области (R1.3).** Реализация этого принципа обеспечивается наличием предметных сообществ в рассмотренных решениях, что особенно заметно по федеративной структуре EOSC. Однако стандарты для области компьютерных наук тесно связаны со стандартами, принятыми вне научной среды, и должны подвергаться регулярному пересмотру по мере их развития. Как показано в [3], для программного обеспечения этому требованию должны удовлетворять не только метаданные, но и документация. В существующих инфраструктурах отсутствуют механизмы проверки соответствия опубликованного кода стандартам оформления, документирования или лицензирования, принятым в конкретных сообществах исследователей в области компьютерных наук.

Помимо перечисленных принципов для успешного повторного использования результатов компьютерных наук критически важна возможность исполнения артефактов кода. В [31] показана исключительная важность обеспечения технических возможностей повторного использования. Это означает, что должна существовать возможность программного исполнения, вычисления, запуска и обработки для всех рассматриваемых артефактов. Такие возможности успешно реализованы, например, в сервисах сопровождения облачных вычислений, таких как EGI, Nuvla.io, Infrastructure Manager и др. Однако эти сервисы существуют изолированно от репозиториях, и исследователь не может непосредственно из за-

писи в репозитории запустить код на выполнение. Перспективным направлением представляется их более плотная интеграция с другими компонентами инфраструктуры, чтобы анализ исследовательских артефактов мог быть осуществлен исследователем полностью внутри инфраструктуры, без необходимости дополнительной обработки данных или использования сторонних вычислительных и аналитических ресурсов. Разумеется, инфраструктура не может удовлетворить все потребности в воспроизведении исследования, но она должна поддерживать указанные требования как минимум для самых популярных типов исследовательских артефактов. Проведенный анализ показывает, что для компьютерных наук такая поддержка в настоящее время отсутствует.

## **6 Разработка архитектуры исследовательской инфраструктуры**

### **6.1 Требования к инфраструктуре**

Проведенный в предыдущих разделах анализ потребностей области компьютерных наук и степени соответствия существующих инфраструктур принципам FAIR позволяет сформулировать следующие требования к специализированной исследовательской инфраструктуре, ориентированной на данную предметную область.

1. Как следует из анализа репозитория (см. подразд. 4.2) и принципов доступности (см. подразд. 5.1), существующие решения не предоставляют возможностей для размещения специфических для компьютерных наук типов данных, таких как программный код, модели машинного обучения, вычислительные эксперименты. Кроме того, механизмы многоверсионности исследовательских артефактов в общих репозиториях (например, создание новой версии как полностью нового набора данных) не соответствуют практике работы с программным кодом, где широко используются распределенные системы контроля версий (Git, SVN) с поддержкой ветвления и слияния. Для устранения этих недостатков инфраструктура должна обеспечивать хранение и версионность следующих типов артефактов: программный код, модели машинного обучения, файлы интерактивных исполнительных сред (Jupyter Notebook); данные в виде копий систем управления базами данных; электронные таблицы; JSON-файлы. Перечень составлен на основе анализа набора данных [32] и отражает наиболее часто встречающиеся в публикациях типы результатов.
2. Как показано в подразд. 5.3, обеспечение интероперабельности (принципы I1–I3) требует наличия полных и машиночитаемых метаданных. Ручное составление таких метаданных представляет существенную сложность для исследователей. Поэтому инфраструктура должна включать сервисы, предоставляющие, с одной стороны, доступ к предметно-ориентированным словарям и схемам метаданных (например, для описания программного кода,

зависимостей, лицензий), а с другой стороны, средства автоматизированного извлечения метаданных из содержимого артефактов (анализ кода, выявление используемых библиотек, алгоритмов). В настоящее время подобные сервисы в исследовательских инфраструктурах практически отсутствуют, за исключением единичных примеров (Enrichment API в EOSC), не интегрированных в общий контекст.

3. Принципы повторного использования (R1–R1.3) и анализ сервисов-посредников (см. подразд. 4.4) показывают, что для компьютерных наук критически важна возможность не только хранения, но и исполнения исследовательских артефактов. Как отмечено в [31], техническая возможность повторного использования требует обеспечения программного запуска артефактов. Учитывая, что основным результатом исследований в компьютерных науках является программный код и скрипты, инфраструктура должна обеспечивать среду для их исполнения. Это предполагает интеграцию внешних вычислительных мощностей и использование технологий контейнеризации.
4. Обеспечение одновременно конфиденциальности и доступности представляется нетривиальной задачей. Анализ принципа A1.2 (разд. 5.1) показал, что существующие репозитории не поддерживают разграничение доступа к различным компонентам одного исследовательского объекта (например, открытый код, но закрытые данные). Решением может стать поддержка многоуровневых метаданных и гибких политик доступа на уровне инфраструктуры, что также согласуется с рекомендациями [28] по управлению доступом к FAIR-данным.
5. Как показано при рассмотрении принципа I3 (см. подразд. 5.3), существующие инфраструктуры слабо интегрированы между собой. Для обеспечения корректных и полных ссылок на другие исследовательские артефакты (например, на использованные библиотеки, наборы данных, публикации) необходима интеграция как с другими научными инфраструктурами (OpenAIRE, ge3data), так и с общепринятыми в компьютерных науках платформами (GitHub, GitLab, архивы пакетов). Инфраструктура должна поддерживать механизмы постоянных идентификаторов (DOI, Software Heritage ID) и обеспечивать возможность автоматического разрешения ссылок.

## 6.2 Подсистемы архитектуры и их функции

На основе сформулированных требований предлагается архитектура исследовательской инфраструктуры для области компьютерных наук, включающая как базовые функции, которые могут быть общими для любых исследовательских инфраструктур, так и специализированные, учитывающие специфику работы с программным кодом, моделями и вычислительными экспериментами. Ниже описаны основные подсистемы предлагаемой архитектуры, их назначение и рекомендуемые функции, обеспечивающие нужды исследовательского сообщества.

Состав функций может меняться в зависимости от актуальных нужд определенных исследовательских сообществ, работающих в области компьютерных наук.

1. **Подсистема хранения исследовательских артефактов** реализует базовые функции исследовательской инфраструктуры по долговременному сохранению данных, а также следующие функции, реализующие требования предметной области компьютерных наук:
  - поддержку многоверсионного хранения с возможностью эффективного управления версиями (ветвление, слияние, история изменений) разных видов артефактов, включая код и версионность окружения (библиотек, зависимостей, параметров запуска) для корректного отражения жизненного цикла программного кода;
  - обеспечение хранения различных артефактов в структурированном виде, таких как программный код с сохранением структуры каталогов, модели машинного обучения (включая файлы модели и метаданные обучения), файлы интерактивных исполнительных сред (Jupyter Notebook), копии баз данных, электронные таблицы и JSON-файлы;
  - обеспечение разграничения доступа к составляющим артефакта, включая возможность задавать различные права доступа и лицензии для разных частей одного набора данных (например, открытый код, но закрытые данные);
  - предоставление интерфейсов доступа, соответствующих отраслевым стандартам, таким как REST API для метаданных, протоколы Git и SVN для кода, а также возможность прямой загрузки и выгрузки через веб-интерфейс.
2. **Подсистема управления метаданными** также сама по себе является базовой для работы исследовательских инфраструктур и отвечает за снабжение артефактов обширными и интероперабельными метаданными. Подсистема должна реализовывать несколько связанных с управлением метаданными функций:
  - поддержку и обеспечение доступа к реестру схем и словарей метаданных, содержащему как стандартные схемы метаданных (DataCite, Dublin Core), так и предметно-ориентированные онтологии (например, для описания программного кода, зависимостей, лицензий). Для этого возможно использование каталогов, подобных FAIRsharing [10];
  - автоматизированное извлечение метаданных для анализа содержимого загружаемых артефактов (информации об используемых библиотеках, версиях, лицензиях) и обогащения введенных сведений; примером может служить Enrichment API в EOSC;
  - поддержку многоуровневых метаданных для разграничения доступа к публичным, доступным после авторизации, внутренним метаданным

(для служебного использования). Это позволяет реализовать различные политики доступа;

- валидацию метаданных на соответствие выбранным схемам и полноту перед их публикацией.

3. **Подсистема интеграции с внешними системами** обеспечивает интероперабельность на уровне инфраструктуры и связь с другими источниками данных и сервисами. Подсистема реализует следующие функции:

- импорт и экспорт метаданных по таким протоколам, как OAI-PMH и REST API, а также с использованием специализированных форматов (RO-Crate и DCAT);
- интеграция с внешними репозиториями и платформами (GitHub, GitLab, Zenodo, Software Heritage и OpenAIRE). Это позволит автоматически регистрировать новые версии повторно используемых артефактов, импортировать существующие проекты и обеспечивать корректные ссылки на внешние ресурсы;
- поддержка постоянных идентификаторов, включая генерацию и разрешение идентификаторов DOI, Handle и Software Heritage ID для цитирования и отслеживания происхождения артефактов;
- поиск и формирование рекомендаций на основе агрегации метаданных из внутренних и внешних источников с возможностью фильтрации типов артефактов, используемых технологий и других параметров, важных для компьютерных наук.

4. **Подсистема запуска исполнимых артефактов** может быть специализированной для области компьютерных наук и призвана обеспечить выполнение принципов повторного использования (R), предписывающих поддержку стандартов предметной области. Подсистема реализует следующие основные функции:

- исполнение программного кода, моделей и файлов интерактивных исполнительных сред непосредственно в среде инфраструктуры или с привлечением внешних вычислительных ресурсов;
- взаимодействие с подсистемой хранения для получения исходного кода и данных, а также для сохранения результатов выполнения;
- использование технологий контейнеризации (Docker, Podman) для изоляции и воспроизводимости окружения;
- поддержка оркестрации (Kubernetes, Slurm) для организации распределенных вычислений на кластерах;
- поддержка описания требуемого окружения (Ansible, Terraform, Dockerfile) для автоматического развертывания.

Предложенная архитектура не предполагается жестко детерминированной; она допускает реализацию отдельных функций как на основе существующих открытых решений (например, Dataverse для хранения, GitLab для кода, JupyterHub для исполнения), так и с использованием оригинальных разработок. Ключевым ее принципом является интеграция специализированных подсистем с базовыми, что позволяет обеспечить полный жизненный цикл исследовательских артефактов в области компьютерных наук — от разработки и публикации до повторного использования и воспроизведения.

## 7 Заключение

В статье предложен подход к адаптации исследовательских инфраструктур под нужды конкретных предметных областей, включающий анализ потребностей, оценку существующих решений, формулирование требований и проектирование специализированной архитектуры. Применение подхода продемонстрировано на примере компьютерных наук, для которых выявлены ключевые особенности исследовательских артефактов — программного кода, моделей машинного обучения, вычислительных экспериментов. Показано, что существующие междисциплинарные инфраструктуры не обеспечивают их полноценной поддержки в соответствии с принципами FAIR.

На основе проведенного анализа сформулированы требования и предложена архитектура исследовательской инфраструктуры, включающая базовые подсистемы (хранение данных, управление метаданными, интеграция с внешними системами) и специализированную подсистему запуска исполнимых артефактов. Для каждой функции определены возможные технологические реализации.

Дальнейшие исследования будут направлены на реализацию прототипа предложенной архитектуры, ее интеграцию с существующими инфраструктурами, а также применение разработанного подхода к другим предметным областям со схожими проблемами поддержки специфических артефактов. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании исследовательских инфраструктур, ориентированных на поддержку компьютерных наук и других научных дисциплин.

## Литература

1. *Wilkinson M. D., Dumontier M., Aalbersberg I. J., et al.* The FAIR guiding principles for scientific data management and stewardship // *Scientific Data*, 2016. Vol. 3. No. 1. P. 1–9. doi: 10.1038/sdata.2016.18.
2. *Holub P., Kohlmayer F., Prasser F., et al.* Enhancing reuse of data and biological material in medical research: From FAIR to FAIR-health // *Biopreserv. Biobank.*, 2018. Vol. 16. No. 2. P. 97–105. doi: 10.1089/bio.2017.0110.
3. *Lamprecht A. L., Garcia L., Kuzak M., et al.* Towards FAIR principles for research software // *Data Science*, 2020. Vol. 3. No. 1. P. 37–59. doi: 10.3233/DS-190026.

4. *Marti-Garcia A., Alvarez-Romero C., Roman-Villaran E., Bernabeu-Wittel M., Parra-Calderon C.L.* FAIR principles to improve the impact on health research management outcomes // *Heliyon*, 2023. Vol. 9. No. 5. Art. e15733. doi: 10.1016/j.heliyon.2023.e15733.
5. *Kalinin N.A., Skvortsov N.A.* Difficulties of FAIR principles implementation in cross-domain research infrastructures // *Lobachevskii J. Mathematics*, 2023. Vol. 44. No. 1. P. 147–156. doi: 10.1134/S199508022301016X.
6. European Commission: Directorate-General for Research and Innovation, DCC, DANS, EFIS, Visionary Analytics. *European Research Data Landscape*. — Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2022. Final Report. doi: 10.2777/3648.
7. Zenodo. <https://www.zenodo.org>.
8. *White H., Carrier S., Thompson A., Greenberg J., Scherle R.* The dryad data repository: A singapore framework metadata architecture in a DSpace environment // 8th Conference (International) on Dublin Core and Metadata Applications Proceedings. — Dublin Core Metadata Initiative, 2008. P. 157–162. doi: 10.18452/1261.
9. *Pampel H., Vierkant P., Scholze F., et al.* Making research data repositories visible: The re3data.org registry // *PLOS ONE*, 2013. Vol. 8. No. 11. Art. e78080. doi: 10.1371/journal.pone.0078080.
10. *Sansone S.A., McQuilton P., Rocca-Serra P., et al.* FAIRsharing as a community approach to standards, repositories and policies // *Nat. Biotechnol.*, 2019. Vol. 37. No. 4. P. 358–367. doi: 10.1038/s41587-019-0080-8.
11. *Manghi P., Bardi A., Atzori C., et al.* The OpenAIRE research graph data model // *OpenAIRE Blog*, 2019. <https://zenodo.org/records/2643199>.
12. *Knoth P., Anastasiou L., Cancellieri M., et al.* Aggregating the world's open access research papers. — figshare, 2019. doi: 10.6084/m9.figshare.9761876.
13. *Fernandez-del Castillo E., Scardaci D., Garcia A.L.* The EGI Federated Cloud e-infrastructure // *Procedia Comput. Sci.*, 2015. Vol. 68. P. 196–205. doi: 10.1016/j.procs.2015.09.235.
14. *Zinn C.* The Language resource switchboard // *Comput. Linguist.*, 2018. Vol. 44. No. 4. P. 631–639. doi: 10.1162/coli\_a.00329.
15. *Foster E.D., Dearnorff A.* Open Science Framework (OSF) // *J. Med. Libr. Assoc.*, 2017. Vol. 105. No. 2. Art. 203. doi: 10.5195/JMLA.2017.88.
16. *Starr J., Gastl A.* isCitedBy — a metadata scheme for DataCite // *D-Lib Magazine*, 2011. Vol. 17. No. 1/2. doi: 10.1045/january2011-starr.
17. Dryad Data. <https://datadryad.org>.
18. Science Data Bank. <https://www.scidb.cn>.
19. B2SHARE Usage. <https://b2share.eudat.eu/>.
20. Harvard Dataverse. <https://dataverse.harvard.edu/>.
21. Figshare. <https://www.digital-science.com/products/figshare/>.
22. Mathematical Research-Data Repository. <https://www.re3data.org/repository/r3d100014221>.
23. OpenAIRE. <https://openaire.eu/>.
24. European Open Science Cloud. <https://open-science-cloud.ec.europa.eu/>.
25. CORE. <https://core.ac.uk>.

26. *Shaharudin A., Van Loenen B., Janssen M.* Towards a common definition of open data intermediaries // *Digital Government Research Practice*, 2022. Vol. 4. No. 2. P. 1–21. doi: 10.1145/3585537.
27. EOSC Marketplace. <https://eoscfuture.eu/eosc-marketplace/>.
28. *Brewster C., Nouwt B., Raaijmakers S., Verhoosel J.* Ontology-based access control for FAIR data // *Data Intelligence*, 2020. Vol. 2. No. 1-2. P. 66–77. doi: 10.1162/dint\_a\_00029.
29. *Farnel S., Shiri A.* Metadata for research data: Current practices and trends // 14th Conference (International) on Dublin Core and Metadata Applications Proceedings. — Dublin Core Metadata Initiative, 2014. P. 74–82. doi: 10.23106/dcmi.952136534.
30. *Quarati A., Raffaghelli J. E.* Do researchers use open research data? Exploring the relationships between usage trends and metadata quality across scientific disciplines from the Figshare case // *J. Inform. Sci.*, 2022. Vol. 48. No. 4. P. 423–448. doi: 10.1177/0165551520961048.
31. *Wolf M., Logan J., Mehta K., et al.* Reusability first: Toward FAIR workflows // 2021 IEEE Conference (International) on Cluster Computing Proceedings. — IEEE, 2021. P. 444–455. doi: 10.1109/Cluster48925.2021.00053.
32. *Wahle J. P., Ruas T., Mohammad Saif M., Gipp B.* D3: A massive dataset of scholarly metadata for analyzing the state of computer science research // 10th Language Resources and Evaluation Conference Proceedings. — Marseille, France: European Language Resources Association, 2022. P. 2642–2651. <https://arxiv.org/pdf/2204.13384.pdf>.

*Поступила в редакцию 12.01.2025*

*Принята к публикации 15.03.2026*

---

---

## **AN ARCHITECTURE OF RESEARCH INFRASTRUCTURE IN THE DOMAIN OF COMPUTER SCIENCE**

*N. A. Kalinin, N. A. Skvortsov, and S. A. Stupnikov*

Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

**Abstract:** As interdisciplinary research infrastructures evolve, the necessity to adapt them to the specific needs of particular domains increases. Universal solutions aimed at providing researchers with generalized types of research data cannot be equally effective for different research domains. In particular, common infrastructures do not sufficiently account for the features of artifacts such as software code, machine learning models, and computational experiments, which complicates the use of research infrastructures for solving problems in computer science. An approach to adapting a basic infrastructure to the specifics of a particular research domain is proposed. This approach includes analyzing needs of the domain, identifying the features of the research artifacts used, formulating requirements for the infrastructure, and designing a research infrastructure architecture that takes into account the domain-specific requirements. The practical applicability of the approach is demonstrated through a computer science case study. An architecture for a research infrastructure is proposed,

including basic universal subsystems and extensible with specialized subsystems. To meet the needs of researchers in computer science, the necessity of supporting multiversion software artifacts and integrating software development and code execution tools is substantiated. The results obtained can be used in the design of research infrastructures in other domains.

**Keywords:** FAIR principles; domain analysis; research infrastructures; computer science

**DOI:** 10.14357/08696527260109

**EDN:** WUAWYZ

## References

1. Wilkinson, M. D., M. Dumontier, I. J. Aalbersberg, *et al.* 2016. The FAIR guiding principles for scientific data management and stewardship. *Scientific Data* 3(1):1–9. doi: 10.1038/sdata.2016.18.
2. Holub, P., F. Kohlmayer, F. Prasser, *et al.* 2018. Enhancing reuse of data and biological material in medical research: From FAIR to FAIR-health. *Biopreserv. Biobank.* 16(2):97–105. doi: 10.1089/bio.2017.0110.
3. Lamprecht, A. L., L. Garcia, M. Kuzak, *et al.* 2020. Towards FAIR principles for research software. *Data Science* 3(1):37–59. doi: 10.3233/DS-190026.
4. Marti-Garcia, A., C. Alvarez-Romero, E. Roman-Villaran, M. Bernabeu-Wittel, and C. L. Parra-Calderon. 2023. FAIR principles to improve the impact on health research management outcomes. *Heliyon* 9(5):e15733. doi: 10.1016/j.heliyon.2023.e15733.
5. Kalinin, N. A., and N. A. Skvortsov. 2023. Difficulties of FAIR principles implementation in cross-domain research infrastructures. *Lobachevskii J. Mathematics* 44(1):147–156. doi: 10.1134/S199508022301016X.
6. European Commission: Directorate-General for Research and Innovation, DCC, DANS, EFIS, Visionary Analytics. 2022. European Research Data Landscape. Luxembourg: Publications Office of the European Union. Final Report. doi: 10.2777/3648.
7. Zenodo. Available at: <https://www.zenodo.org/> (accessed April 5, 2026).
8. White, H., S. Carrier, A. Thompson, J. Greenberg, and R. Scherle. 2008. The Dryad data repository. *8th Conference (International) on Dublin Core and Metadata Applications Proceedings*. Dublin Core Metadata Initiative. 157–162. doi: 10.18452/1261.
9. Pampel, H., P. Vierkant, F. Scholze, *et al.* 2013. Making research data repositories visible: The re3data.org registry. *PLOS ONE* 8(11):e78080. doi: 10.1371/journal.pone.0078080.
10. Sansone, S. A., P. McQuilton, P. Rocca-Serra, *et al.* 2019. FAIRsharing as a community approach to standards, repositories and policies. *Nat. Biotechnol.* 37(4):358–367. doi: 10.1038/s41587-019-0080-8.
11. Manghi, P., A. Bardi, C. Atzori, *et al.* 2019. The OpenAIRE research graph data model. *OpenAIRE Blog*. Available at: <https://zenodo.org/records/2643199> (accessed April 5, 2026).
12. Knoth, P., L. Anastasiou, M. Cancellieri, *et al.* 2019. Aggregating the world’s open access research papers. *figshare*. doi: 10.6084/m9.figshare.9761876.
13. Fernandez-del Castillo, E., D. Scardaci, and A. L. Garcia. 2015. The EGI Federated Cloud e-infrastructure. *Procedia Comput. Sci.* 68:196–205. doi: 10.1016/j.procs.2015.09.235.

14. Zinn, C. 2018. The language resource switchboard. *Comput. Linguist.* 44(4):631–639. doi: 10.1162/coli\_a\_00329.
15. Foster, E. D., and A. Deardorff. 2017. Open Science Framework (OSF). *J. Med. Libr. Assoc.* 105(2):203. doi: 10.5195/JMLA.2017.88.
16. Starr, J., and A. Gastl. 2011. isCitedBy — a metadata scheme for DataCite. *D-Lib Magazine* 17(1/2). doi: 10.1045/january2011-starr.
17. Dryad Data. Available at: <https://datadryad.org> (accessed April 5, 2026).
18. Science Data Bank. Available at: <https://www.scidb.cn> (accessed April 5, 2026).
19. B2SHARE Usage. Available at: <https://b2share.eudat.eu/> (accessed April 5, 2026).
20. Harvard Dataverse. Available at: <https://dataverse.harvard.edu/> (accessed April 5, 2026).
21. Figshare. Available at: <https://www.digital-science.com/products/figshare/> (accessed April 5, 2026).
22. Mathematical Research-Data Repository. Available at: <https://www.re3data.org/repository/r3d100014221> (accessed April 5, 2026).
23. OpenAIRE. Available at: <https://openaire.eu/> (accessed April 5, 2026).
24. European Open Science Cloud. Available at: <https://open-science-cloud.ec.europa.eu/> (accessed April 5, 2026).
25. CORE. Available at: <https://core.ac.uk> (accessed April 5, 2026).
26. Shaharudin, A., B. Van Loenen, and M. Janssen. 2022. Towards a common definition of open data intermediaries. *Digital Government Research Practice* 4(2):1–21. doi: 10.1145/3585537.
27. EOSC Marketplace. Available at: <https://eoscfuture.eu/eosc-marketplace/> (accessed April 5, 2026).
28. Brewster, C., B. Nouwt, S. Raaijmakers, and J. Verhoosel. 2020. Ontology-based access control for FAIR data. *Data Intelligence* 2(1-2):66–77. doi: 10.1162/dint\_a\_00029.
29. Farnel, S., and A. Shiri. 2014. Metadata for research data: Current practices and trends. *14th Conference (International) on Dublin Core and Metadata Applications Proceedings*. Dublin Core Metadata Initiative. 74–82. doi: 10.23106/dcmi.952136534.
30. Quarati, A., and J. E. Raffaghelli. 2022. Do researchers use open research data? Exploring the relationships between usage trends and metadata quality across scientific disciplines from the Figshare case. *J. Inform. Sci.* 48(4):423–448. doi: 10.1177/0165551520961048.
31. Wolf, M., J. Logan, K. Mehta, *et al.* 2021. Reusability first: Toward FAIR workflows. *Conference (International) on Cluster Computing Proceedings*. IEEE. 444–455. doi: 10.1109/Cluster48925.2021.00053.
32. Wahle, J. P., T. Ruas, Saif M. Mohammad, and B. Gipp. 2022. D3: A massive dataset of scholarly metadata for analyzing the state of computer science research. *10th Language Resources and Evaluation Conference Proceedings*. Marseille, France: European Language Resources Association. 2642–2651. Available at: <https://arxiv.org/pdf/2204.13384.pdf> (accessed April 5, 2026).

Received January 12, 2025

Accepted March 15, 2026

## Contributors

**Kalinin N.** (b. 1996) — PhD student, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; kalinin-na@yandex.ru

**Skvortsov N.** (b. 1973) — scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; nskv@mail.ru

**Stupnikov S.** (b. 1978) — leading scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; sstupnikov@ipiran.ru

### К 75-ЛЕТИЮ ЗАСЛУЖЕННОГО ДЕЯТЕЛЯ НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ А. А. ЗАЦАРИННОГО



Александр Алексеевич Зацаринный — доктор технических наук, профессор, выдающийся ученый в области высокотехнологичных информационных, управляющих и телекоммуникационных систем и информационной безопасности, в том числе создаваемых на основе технологий искусственного интеллекта, член-корреспондент академии криптографии РФ (2020 г.), действительный член Академии военных наук (2002 г.) и Академии инженерных наук им. А. М. Прохорова (2001 г.). Автор более 400 научных работ, включая 24 монографии и 14 патентов на изобретения, подготовил двух докторов и 11 кандидатов наук. Многие его ученики трудятся на ответственных должностях в научных и промышленных организациях России. Имеет большой опыт научной работы в оборонно-промышленном комплексе и в Российской академии наук.

А. А. Зацаринный родился 25 апреля 1951 г. в г. Киеве в семье военно-служащего. Выбор жизненного пути Александр Алексеевич определил с учетом семейной традиции, связанной с военной службой. Его отец, активный участник Великой Отечественной войны, прошел с Черноморским флотом труднейшие

дороги этой войны, стал для сына примером верности воинскому долгу и стремления к постоянному совершенствованию своего профессионального мастерства. В 1968 г. Александр Алексеевич поступил в Киевское высшее военное инженерное дважды Краснознаменное училище связи имени М. И. Калинина, которое окончил в 1973 г. с дипломом с отличием и золотой медалью, получил назначение в 16 Центральный научно-исследовательский испытательный институт связи Министерства обороны, где в период до 1999 г. проходил службу в должностях младшего, старшего научного сотрудника, начальника лаборатории, начальника управления и заместителя начальника института по научной работе. Его научная деятельность была связана с исследованиями по обоснованию системных и технологических решений по развитию и военно-научному сопровождению систем обмена данными в Автоматизированной системе управления (АСУ) Вооруженными силами (ВС) нашей страны. В те годы им были разработаны, использованы в практике проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИОКР) и в дальнейшей работе развиты новые методы системного подхода к построению АСУ и систем связи ВС РФ. Большой личный вклад Александр Алексеевич внес в координацию работы научно-исследовательских институтов видов ВС (ВВС, ПВО, РВСН, ВМФ) в области военной связи. При его активном личном участии были разработаны и созданы Базовая и Объединенная системы обмена данными первого этапа, а в 1990-е гг. под его научным руководством осуществлялось развитие системы обмена данными в интересах АСУ ВС РФ.

Получив огромный опыт научно-исследовательской и испытательной работы, Александр Алексеевич был назначен на должность начальника управления развития систем связи и АСУ ВС РФ Управления начальника связи ВС РФ. На протяжении многих лет руководил разработкой проектов разделов Государственной программы вооружений в области АСУ и связи ВС РФ, формированием сводного ежегодного государственного оборонного заказа (ГОЗ), постановкой фундаментальных НИР в ведущих НИИ РАН и на предприятиях промышленности. За комплекс работ по разработке и созданию федеральных мобильных систем связи общего и специального назначения А. А. Зацаринный удостоен премии Правительства Российской Федерации в области науки и техники за 2003 г.

Обладея большим опытом научно-исследовательской, испытательной и научно-организационной работы, после увольнения в запас с военной службы в звании генерал-лейтенанта А. А. Зацаринный продолжил трудовую деятельность в 2006 г. в должности заместителя директора по научной работе (до 2015 г. в ИПИ РАН, а с 2015, после его преобразования, — в ФИЦ ИУ РАН). С 2021 г. по настоящее время является главным научным сотрудником, научным руководителем направления «Информационные, управляющие и телекоммуникационные системы» в рамках государственного задания ФИЦ ИУ РАН.

При его активном участии разработаны основные положения методологии создания информационно-телекоммуникационных систем (ИТС) в интересах го-

сударственного и военного управления, включая обоснование и реализацию системотехнических, организационно-методических и технологических решений по созданию ИТС, по обеспечению межведомственного информационного взаимодействия, по интеграции ИТС на основе информационных технологий, а также по нормативно-методическому обеспечению их создания и развития.

Обоснованные научные результаты в виде системотехнических принципов, методических подходов, технических решений и технологий А. А. Зацаринный как главный конструктор активно использовал в ходе работ по созданию и вводу в эксплуатацию в период 2006–2023 гг. нескольких территориально распределенных ИТС в защищенном исполнении, которые успешно применяются на объектах заказчиков во многих регионах России. Являясь заместителем генерального конструктора АСУ органов безопасности (2006–2012 гг.), заместителем генерального конструктора Единой ИТС органов внутренних дел (2008–2010 гг.), заместителем главного конструктора Системы распределенных ситуационных центров, работающих по единому регламенту взаимодействия (2013–2017 гг.), членом совета главных конструкторов Автоматизированной информационно-управляющей системы Единой государственной системы предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций (2014–2016 гг.), членом совета главных конструкторов Автоматизированного программного комплекса «Безопасный город» (2015–2023 гг.) и членом совета главных конструкторов по созданию интегрированной сети связи (2014–2020 гг.), А. А. Зацаринный как специалист, обладающий широкой компетенцией, на высоком профессиональном уровне выполнял работы в соответствии с государственным заказом. За комплекс работ по созданию, внедрению и развитию одной из информационно-аналитических систем, которая обеспечила существенное повышение эффективности управленческих процессов в сфере безопасности государства, А. А. Зацаринный (руководитель коллектива) удостоен премии Правительства Российской Федерации в области науки и техники за 2021 г.

Он активно участвует в научно-общественной и экспертной работе. Член трех научных советов РАН: при Президиуме РАН по комплексной проблеме «Радиофизические методы исследования морей и океанов» (с 2001 г.) и «Квантовые технологии» (с 2020 г.), Научного совета ОНИТ РАН «Фундаментальные проблемы элементной базы информационно-вычислительных и управляющих систем и материалов для ее создания» (с 2018 г.). С 2018 г. — член Совета приоритетного технологического направления по электронным технологиям, с 2020 г. — член Консультационного совета по вопросам искусственного интеллекта при Научно-техническом совете Министерства обороны РФ. В разные годы состоял членом Совета РАН по исследованиям в области обороны (2017–2021 гг.) и Экспертного совета ВАК России по радиоэлектронике, измерительной технике и связи (2007–2022 гг.). Активно работает в составе трех диссертационных советов (при ФИЦ ИУ РАН, МИРЭА и объединенного совета НИИ АА и ФИЦ ИУ РАН), Экспертного совета при Комитете Государственной Думы по развитию предприятий радиоэлектронной промышленности (2014–2020 гг.), Российского фонда фунда-

ментальных исследований (2015–2023 гг.). С 2011 г. по настоящее время активно работает в составе экспертной комиссии Всероссийского конкурса «Инженер года» Российского Союза научных и инженерных общественных объединений по номинациям: «Информатика, информационные сети, вычислительная техника» и «Радиотехника, электроника, связь». Член экспертной комиссии Всероссийского конкурса по присуждению молодежной премии в области науки и техники «Надежда России» по номинации «Информатика и связь» (с 2020 г.). Научный руководитель Центра цифровой экономики Воронежского государственного университета (с 2017 г.). Член редколлегии семи научных журналов. Александр Алексеевич стал лауреатом:

- Прохоровской премии за цикл научных работ «Разработка методов создания телекоммуникационных систем с использованием марковской теории оценивания» (решение Президиума Академии инженерных наук от 16.10.2008 г.);
- Всероссийского конкурса «Инженер десятилетия-2012» за большой вклад в создание, развитие и внедрение систем защиты информации в автоматизированных системах (награжден золотой медалью «Инженер десятилетия»).

Принимает активное участие в международных и всероссийских научно-практических конференциях по проблематике ИТС и информационной безопасности. В период с 2013 по 2018 гг. выполнял функции модератора секции «Информационные технологии» в рамках ежегодных конференций «Аналитика» в Общественной палате РФ. С 2016 г. по настоящее время остается модератором ежегодных конференций «Ситуационные центры: фокус кросс-отраслевых интересов». В период 2018–2023 гг. принимал активное участие в организации и проведении научных мероприятий в рамках Международного военно-технического форума «Армия» по проблематике системы ситуационных центров и технологий искусственного интеллекта. Выступал с докладами на пленарных заседаниях и научных секциях. За заслуги в формировании и реализации государственной политики в области военно-технического сотрудничества, а также в развитии и внедрении инновационных технологий в интересах ВС РФ в 2023 г. награжден медалью «За достижения в области развития инновационных технологий».

Дважды лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники (за 2003 и 2021 гг.), награжден государственными наградами: орденом «За военные заслуги» (2000 г.), медалью ордена «За заслуги перед Отечеством» II степени (1996 г.) и многими ведомственными медалями. Отмечен почетными грамотами Президиума Высшей аттестационной комиссии (2021 г.), Президиума РАН (2022 г.), а также званием Росстандарта РФ «Стандартизатор года» (2021 г.). Ветеран боевых действий (2004 г.). Общий стаж непрерывной научно-исследовательской, научно-организационной и научно-экспертной деятельности А. А. Зацаринного составляет более 50 лет.

В период своей полувековой трудовой деятельности Александр Алексеевич получил уникальную возможность работать в составе всех субъектов ГОЗ. Начало его пути в 16 ЦНИИИ МО было связано с военно-научным обес-

печением планирования и выполнения ГОЗ, затем в Управлении начальника связи ВС РФ — непосредственно с организацией планирования, выполнения и контроля ГОЗ и в последние 20 лет в ФИЦ ИУ РАН — с выполнением НИОКР в рамках ГОЗ. Приобретенный им бесценный опыт определяет высокое методическое мастерство в организации и проведении научных исследований и разработок. Широкая эрудиция и глубокие знания в области информационных технологий, огромный опыт научно-организационной и научно-практической работы, незаурядные организаторские способности позволили А. А. Зацаринному внести значимый вклад в разработку, развитие и реализацию методологии создания ИТС в интересах обеспечения государственного и военного управления в нашей стране.

От имени коллектива ФИЦ ИУ РАН авторы желают Александру Алексеевичу крепкого здоровья и творческого долголетия.

### Литература

1. Соколов И. А., Зацаринный А. А., Захаров В. Н. У истоков российской информатики // Системы и средства информатики, 2020. Т. 30. № 2. С. 195–202.
2. Зацаринный А. А., Захаров В. Н., Симицын И. Н. ИПИ РАН и создание информационно-телекоммуникационных сетей в интересах органов государственной власти Российской Федерации (к 25-летию ИПИ РАН) // Ведомственные корпоративные сети и системы (ВКСС Connect), 2008. № 2(47). С. 118–128.
3. Зацаринный А. А. Основные принципы системного подхода при проектировании, внедрении и развитии современных корпоративных сетей // Системы и средства информатики, 2002. Вып. 12. С. 58–66.
4. Зацаринный А. А., Киселев Э. В., Козлов С. В., Колин К. К. Информационное пространство цифровой экономики России. Концептуальные основы и проблемы формирования. — М.: ФИЦ ИУ РАН; НИПКЦ Восход-А, 2018. 236 с.
5. Головин С. А., Зацаринный А. А., Козлов С. В. Научно-методические подходы к совершенствованию нормативной базы для создания и развития информационно-телекоммуникационных систем // Системы и средства информатики, 2017. Т. 27. Вып. 2. С. 98–112.
6. Зацаринный А. А. Система обмена данными: люди, события, факты. — М.: ТОРУС ПРЕСС, 2021. 516 с.
7. Зацаринный А. А., Сучков А. П. Информационное взаимодействие в распределенных системах ситуационного управления. — М.: ТОРУС ПРЕСС, 2021. 268 с.
8. Зацаринный А. А., Ильин Н. И., Колин К. К., Лепский В. Е., Малинецкий Г. Г., Новиков Д. А., Райков А. Н., Сильвестров С. Н., Славин Б. Б. Ситуационные центры развития в полисубъектной среде // Проблемы управления, 2017. № 5. С. 31–42.
9. Зацаринный А. А., Горшенев А. К., Волович К. И., Колин К. К., Кондрашев В. А., Степанов П. В. Управление научными сервисами как основа национальной цифровой платформы «Наука и образование» // Стратегические приоритеты, 2017. № 2. С. 103–113.

*И. А. Соколов, В. Н. Захаров, С. В. Козлов, В. И. Симицын*

---

## ОБ АВТОРАХ

---

**Артемьев Владислав Дмитриевич** (р. 1998) — инженер научно-исследовательской технической лаборатории надежности и безопасности АО «НИИЭФА»

**Босов Алексей Вячеславович** (р. 1969) — доктор технических наук, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Босов Святослав Алексеевич** (р. 1992) — инженер Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Дьяченко Денис Юрьевич** (р. 1987) — инженер-исследователь Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Дьяченко Юрий Георгиевич** (р. 1958) — кандидат технических наук, старший научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Иванов Алексей Владимирович** (р. 1976) — кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Жукова Ксения Алексеевна** (р. 1990) — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института прикладных математических исследований Карельского научного центра Российской академии наук; доцент Петрозаводского государственного университета

**Калинин Николай** (р. 1996) — аспирант Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Ковалёв Сергей Протасович** (р. 1972) — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук

**Конашенкова Татьяна Дмитриевна** (р. 1964) — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Коновалов Григорий Михайлович** (р. 1980) — кандидат физико-математических наук, начальник отдела технических систем Частного учреждения Государственной корпорации по атомной энергии «Росатом» «Проектный центр ИТЭР»

**Корепанов Эдуард Рудольфович** (р. 1966) — кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Королев Виктор Юрьевич** (р. 1954) — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова; ведущий научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Лукинова Ольга Васильевна** (р. 1966) — доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Института проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук

**Морозов Евсей Викторович** (р. 1947) — доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института прикладных математических исследований Карельского научного центра Российской академии наук; профессор Петрозаводского государственного университета

**Морозов Николай Викторович** (р. 1956) — старший научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Романюк Никита Романович** (р. 1993) — аспирант кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова

**Синицын Владимир Игоревич** (р. 1968) — доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Синицын Игорь Николаевич** (р. 1940) — доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Скворцов Николай Алексеевич** (р. 1973) — научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Степченко Дмитрий Юрьевич** (р. 1973) — старший научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Ступников Сергей Александрович** (р. 1978) — кандидат технических наук, руководитель отдела, ведущий научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Урюпин Илья Вадимович** (р. 1993) — кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

**Чайка Павел Юрьевич** (р. 1959) — кандидат технических наук, начальник научно-исследовательской технической лаборатории надежности и безопасности АО «НИИЭФА»

---

## Правила подготовки рукописей статей для публикации в журнале «Системы и средства информатики»

---

Журнал «Системы и средства информатики» публикует теоретические, обзорные и дискуссионные статьи, посвященные научным исследованиям и разработкам в области информационных технологий.

Журнал издается на русском языке. По специальному решению редколлегии отдельные статьи могут печататься на английском языке.

Тематика журнала охватывает следующие направления:

- информационно-телекоммуникационные системы и средства их построения;
- архитектура и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и сетей;
- методы и средства защиты информации.

1. В журнале печатаются статьи, содержащие результаты, ранее не опубликованные и не предназначенные к одновременной публикации в других изданиях.

Публикация предоставленной автором(ами) рукописи не должна нарушать положений глав 69, 70 раздела VII части IV Гражданского кодекса, которые определяют права на результаты интеллектуальной деятельности и средства индивидуализации, в том числе авторские права, в РФ.

Ответственность за нарушение авторских прав, в случае предъявления претензий к редакции журнала, несут авторы статей.

Направляя рукопись в редакцию, авторы сохраняют свои права на данную рукопись и при этом передают учредителям и редколлегии журнала неисключительные права на издание статьи на русском языке (или на языке статьи, если он отличен от русского) и на перевод ее на английский язык, а также на ее распространение в России и за рубежом. Каждый автор должен представить в редакцию подписанный с его стороны «Лицензионный договор о передаче неисключительных прав на использование произведения», текст которого размещен по адресу <http://www.ipiran.ru/publications/licence.doc>. Этот договор может быть представлен в бумажном (в 2-х экз.) или в электронном виде (отсканированная копия заполненного и подписанного документа).

Если при подготовке статьи авторы использовали инструменты на основе интеллектуального интеллекта, они обязаны включить эту информацию в текст статьи.

Редколлегия вправе запросить у авторов экспертное заключение о возможности публикации представленной статьи в открытой печати.

2. К статье прилагаются данные автора (авторов) (см. п. 8). При наличии нескольких авторов указывается фамилия автора, ответственного за переписку с редакцией.
3. Редакция журнала осуществляет экспертизу присланных статей в соответствии с принятой в журнале процедурой рецензирования.

Возвращение рукописи на доработку не означает ее принятия к печати.

Доработанный вариант с ответом на замечания рецензента необходимо прислать в редакцию.

4. Решение редколлегии о публикации статьи или ее отклонении сообщается авторам. Редколлегия может также направить авторам текст рецензии на их статью. Дискуссия по поводу отклоненных статей не ведется.

5. Редактура статей высылается авторам для просмотра. Замечания к редакции должны быть присланы авторами в кратчайшие сроки.
6. Рукопись предоставляется в электронном виде в форматах MS WORD (.doc или .docx) или ЛАТЭХ (.tex), дополнительно — в формате .pdf, на дискете, лазерном диске или электронной почтой. Предоставление бумажной рукописи необязательно.
7. При подготовке рукописи в MS Word рекомендуется использовать следующие настройки.

Параметры страницы: формат — А4; ориентация — книжная; поля (см): внутри — 2,5, снаружи — 1,5, сверху и снизу — 2, от края до нижнего колонтитула — 1,3.

Основной текст: стиль — «Обычный», шрифт — Times New Roman, размер — 14 пунктов, абзацный отступ — 0,5 см, 1,5 интервала, выравнивание — по ширине.

Рекомендуемый объем рукописи — не свыше 10 страниц указанного формата. При превышении указанного объема редколлегия вправе потребовать от автора сокращения объема рукописи.

Сокращения слов, помимо стандартных, не допускаются. Допускается минимальное количество аббревиатур.

Все страницы рукописи нумеруются.

Шаблоны оформления представлены в интернете:

[http://www.ipiran.ru/journal/template\\_iiep\\_ssi\\_2024.zip](http://www.ipiran.ru/journal/template_iiep_ssi_2024.zip)

8. Статья должна содержать следующую информацию на **русском и английском языках**:
  - название статьи;
  - Ф.И.О. авторов, на английском можно только имя и фамилию;
  - место работы, с указанием города и страны и электронного адреса каждого автора;
  - сведения об авторах, в соответствии с форматом, образцы которого представлены на страницах:  
[http://www.ipiran.ru/journal/collected/2019\\_29\\_03\\_rus/authors.asp](http://www.ipiran.ru/journal/collected/2019_29_03_rus/authors.asp) и  
[http://www.ipiran.ru/journal/collected/2019\\_29\\_03\\_eng/authors.asp](http://www.ipiran.ru/journal/collected/2019_29_03_eng/authors.asp);
  - аннотация (не менее 100 слов на каждом из языков). Аннотация — это краткое резюме работы, которое может публиковаться отдельно. Она является основным источником информации в информационных системах и базах данных. Английская аннотация должна быть оригинальной, может не быть дословным переводом русского текста и должна быть написана хорошим английским языком. В аннотации не должно быть ссылок на литературу и, по возможности, формул;
  - ключевые слова — желательно из принятых в мировой научно-технической литературе тематических тезаурусов. Предложения не могут быть ключевыми словами.
  - источники финансирования работы (ссылка на гранты, проекты, поддерживающие организации и т. п.
9. Требования к спискам литературы.

Ссылки на литературу в тексте статьи нумеруются (в квадратных скобках) и располагаются в каждом из списков литературы в порядке первых упоминаний.

Списки литературы представляются в двух вариантах:

- (1) **Список литературы к русскоязычной части.** Русские и английские работы — на языке и в алфавите оригинала.
- (2) **References.** Русские работы и работы на других языках — в латинской транслитерации с переводом на английский язык; английские работы и работы на других языках — на языке оригинала.

Необходимо для составления списка “References” пользоваться размещенной на сайте <http://www.translit.net/ru/bgn/> бесплатной программой транслитерации русского текста в латиницу.

Список литературы “References” приводится полностью отдельным блоком, повторяя все позиции из списка литературы к русскоязычной части, независимо от того, имеются или нет в нем иностранные источники. Если в списке литературы к русскоязычной части есть ссылки на иностранные публикации, набранные латиницей, они полностью повторяются в списке “References”.

Примеры ссылок на различные виды публикаций в списке “References”:

**Описание статьи из журнала:**

Zhang, Z., and D. Zhu. 2008. Experimental research on the localized electrochemical micromachining. *Russ. J. Electrochem.* 44(8):926–930. doi:10.1134/S1023193508080077.

**Описание статьи из электронного журнала:**

Swaminathan, V., E. Lepkoswka-White, and B. P. Rao. 1999. Browsers or buyers in cyberspace? An investigation of electronic factors influencing electronic exchange. *JCMC* 5(2). Available at: <http://www.ascusc.org/jcmc/vol5/issue2/> (accessed April 28, 2011).

**Описание материалов конференций:**

Usmanov, T. S., A. A. Gusmanov, I. Z. Mullagalin, R. Ju. Muhametshina, A. N. Chervyakova, and A. V. Sveshnikov. 2007. Osobennosti proektirovaniya razrabotki mestorozhdeniy s primeneniem gidrorazryva plasta [Features of the design of field development with the use of hydraulic fracturing]. *Trudy 6-go Mezhdunarodnogo Simpoziuma “Novye resursosberegayushchie tekhnologii nedropol’zovaniya i povyseniya neftegazootdachi”* [6th Symposium (International) “New Energy Saving Subsoil Technologies and the Increasing of the Oil and Gas Impact” Proceedings]. Moscow. 267–272.

**Описание книги (монографии, сборники):**

Lindorf, L. S., and L. G. Mamikonians, eds. 1972. *Ekspluatatsiya turbogeneratorov s neposredstvennym okhlazhdeniem* [Operation of turbine generators with direct cooling]. Moscow: Energy Publs. 352 p.

**Описание переводной книги** (в списке литературы к русскоязычной части необходимо указать: / Пер. с англ. — после названия книги, а в конце ссылки указать оригинал книги в круглых скобках):

1. В русскоязычной части:

Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / Пер. с англ. — М.: Машиностроение, 1985. 472 с. (Timoshenko S. P., Young D. H., Weaver W. Vibration problems in engineering. — 4th ed. — New York, NY, USA: Wiley, 1974. 521 p.)

2. В англоязычной части:

Timoshenko, S. P., D. H. Young, and W. Weaver. 1974. *Vibration problems in engineering*. 4th ed. New York, NY: Wiley. 521 p.

**Описание неопубликованного документа:**

Latypov, A. R., M. M. Khasanov, and V. A. Baikov. 2004. Geology and production (NGT GiD). Certificate on official registration of the computer program No. 2004611198. (In Russian, unpubl.)

**Описание интернет-ресурса:**

Pravila tsitirovaniya istochnikov [Rules for the citing of sources]. Available at: <http://www.scribd.com/doc/1034528/> (accessed February 7, 2011).

**Описание диссертации или автореферата диссертации:**

Semenov, V. I. 2003. Matematicheskoe modelirovanie plazmy v sisteme kompaktnyy tor [Mathematical modeling of the plasma in the compact torus]. Moscow. D.Sc. Diss. 272 p.

Kozhunova, O. S. 2009. Tekhnologiya razrabotki semanticheskogo slovary informatzionnogo monitoringa [Technology of development of semantic dictionary of information monitoring system]. PhD Thesis. Moscow: IPI RAN. 23 p.

**Описание ГОСТа:**

GOST 8.586.5-2005. 2007. Metodika vypolneniya izmereniy. Izmerenie raskhoda i kolichestva zhidkostey i gazov s pomoshch'yu standartnykh suzhayushchikh ustroystv [Method of measurement. Measurement of flow rate and volume of liquids and gases by means of orifice devices]. Moscow: Standardinform Publ. 10 p.

**Описание патента:**

Bolshakov, M. V., A. V. Kulakov, A. N. Lavrenov, and M. V. Palkin. 2006. Sposob orientirovaniya po krenu letatel'nogo apparata s opticheskoy golovkoy samonavedeniya [The way to orient on the roll of aircraft with optical homing head]. Patent RF No. 2280590.

10. Присланные в редакцию материалы авторам не возвращаются.
11. При отправке файлов по электронной почте просим придерживаться следующих правил:
  - указывать в поле subject (тема) название журнала и фамилию автора;
  - указывать в тексте письма название статьи, авторов и журнал, в который направляется статья;
  - использовать attach (присоединение);
  - в состав электронной версии статьи должны входить: файл, содержащий текст статьи, и файл(ы), содержащий(е) иллюстрации.
12. Журнал «Системы и средства информатики» является некоммерческим изданием. Плата за публикацию не взимается, гонорар авторам не выплачивается.

**Адрес редакции журнала «Системы и средства информатики»:**

Москва 119333, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2, ФИЦ ИУ РАН

Тел.: +7 (499) 135-86-92 Факс: +7 (495) 930-45-05

e-mail: [ssi@frccsc.ru](mailto:ssi@frccsc.ru) (Стригина Светлана Николаевна)

<http://www.ipiran.ru/journal/collected>

---

## Requirements for manuscripts submitted to Journal “Systems and Means of Informatics”

---

Journal “Systems and Means of Informatics” publishes theoretical, review, and discussion articles on the research and development in the field of information technology.

The journal is published in Russian. By a special decision of the editorial board, some articles can be published in English.

Topics covered include the following areas:

- information and communication systems and tools of their design;
- architecture and software of computational complexes and networks; and
- methods and tools of information protection.

1. The Journal publishes original articles which have not been published before and are not intended for simultaneous publication in other editions. An article submitted to the Journal must not violate the Copyright law. Sending the manuscript to the Editorial Board, the authors retain all rights of the owners of the manuscript and transfer the nonexclusive rights to publish the article in Russian (or the language of the article, if not Russian) and its distribution in Russia and abroad to the Founders and the Editorial Board. Authors should submit a letter to the Editorial Board in the following form:

***Agreement on the transfer of rights to publish:***

*“We, the undersigned authors of the manuscript “. . . ,” pass to the Founder and the Editorial Board of the Journal “Systems and Means of Informatics” the nonexclusive right to publish the manuscript of the article in Russian (or in English) in both print and electronic versions of the Journal. We affirm that this publication does not violate the Copyright of other persons or organizations.*

*Author(s) signature(s): (name(s), address(es), date).”*

This agreement should be submitted in paper form or in the form of a scanned copy (signed by the authors).

The Editorial Board has the right to request from the authors an official expert conclusion that the submitted article has no classified data prohibited for publication.

If authors used artificial intelligence (AI)-based tools in preparing their manuscript, they must include this information in the text of the article.

2. A submitted article should be attached with **the data on the author(s)** (see item 8). If there are several authors, the contact person should be indicated who is responsible for correspondence with the Editorial Board and other authors about revisions and final approval of the proofs.
3. The Editorial Board of the Journal examines the article according to the established reviewing procedure. If authors receive their article for correction after reviewing, it does not mean that the article is approved to be published. The corrected article should be sent to the Editorial Board for the subsequent review and approval.
4. The decision on the article publication or its rejection is communicated to the authors. The Editorial Board may also send the reviews on the submitted articles to the authors. Any discussion upon the rejected articles is not possible.
5. The edited articles will be sent to the authors for proofread. The comments of the authors to the edited text of the article should be sent to the Editorial Board as soon as possible.
6. The manuscript of the article should be presented electronically in the MS WORD (.doc or .docx) or L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X (.tex) formats, and additionally in the .pdf format. All documents may be sent by e-mail or provided on a CD or diskette. A hard copy submission is not necessary.

7. The recommended typesetting instructions for manuscript.

Pages parameters: format A4, portrait orientation, document margins (cm): left — 2.5, right — 1.5, above — 2.0, below — 2.0, footer 1.3.

Text: font — Times New Roman, font size — 14, paragraph indent — 0.5, line spacing — 1.5, justified alignment.

The recommended manuscript size: not more than 10 pages of the specified format. If the specified size exceeded, the editorial board is entitled to require the author to reduce the manuscript.

Use only standard abbreviations. Avoid abbreviations in the title and abstract. The full term for which an abbreviation stands should precede its first use in the text unless it is a standard unit of measurement.

All pages of the manuscript should be numbered.

The templates for the manuscript typesetting are presented on site:

[http://www.ipiran.ru/journal/template\\_jiep\\_ssi\\_2024.zip](http://www.ipiran.ru/journal/template_jiep_ssi_2024.zip)

8. Articles should enclose data both in **Russian and English**:

- title;
- author's name and surname;
- affiliation — organization, its address with ZIP code, city, country, and official e-mail address;
- data on authors according to the format (see site):  
[http://www.ipiran.ru/journal/collected/2019\\_29\\_03\\_rus/authors.asp](http://www.ipiran.ru/journal/collected/2019_29_03_rus/authors.asp) and  
[http://www.ipiran.ru/journal/collected/2019\\_29\\_03\\_eng/authors.asp](http://www.ipiran.ru/journal/collected/2019_29_03_eng/authors.asp);
- abstract (not less than 100 words) both in Russian and in English. Abstract is a short summary of the article that can be published separately. The abstract is the main source of information on the article and it could be included in leading information systems and data bases. The abstract in English has to be an original text and should not be an exact translation of the Russian one. Good English is required. In abstracts, avoid references and formulae.
- Indexing is performed on the basis of keywords. The use of keywords from the internationally accepted thematic Thesauri is recommended.  
Important! Keywords must not be sentences.
- Acknowledgments.

9. References. Russian references have to be presented both in English translation and in Latin transliteration (refer <http://www.translit.net/ru/bgn/>).

Please take into account the following examples of Russian references appearance:

**Article in journal:**

Zhang, Z., and D. Zhu. 2008. Experimental research on the localized electrochemical micromachining. *Russ. J. Electrochem.* 44(8):926–930. doi:10.1134/S1023193508080077.

**Journal article in electronic format:**

Swaminathan, V., E. Lepkoswka-White, and B.P. Rao. 1999. Browsers or buyers in cyberspace? An investigation of electronic factors influencing electronic exchange. *JCMC* 5(2). Available at: <http://www.ascusc.org/jcmc/vol5/issue2/> (accessed April 28, 2011).

**Conference proceedings:**

Usmanov, T. S., A. A. Gusmanov, I. Z. Mullagalin, R. Ju. Muhametshina, A. N. Chervyakova, and A. V. Sveshnikov. 2007. Osobennosti proektirovaniya razrabotki mestorozhdeniy s primeneniem gidrorazryva plasta [Features of the design of field development with the use of hydraulic fracturing]. *Trudy 6-go Mezhdunarodnogo Simpoziuma "Novye resursoberegayushchie tekhnologii nedropol'zovaniya i povyshe-niya neftegazootdachi"* [6th Symposium (International) "New Energy Saving Subsoil Technologies and the Increasing of the Oil and Gas Impact" Proceedings]. Moscow. 267–272.

**Books and other monographs:**

Lindorf, L. S., and L. G. Mamikonians, eds. 1972. *Ekspluatatsiya turbogenera-torov s neposredstvennym okhlazhdeniem* [Operation of turbine generators with direct cooling]. Moscow: Energy Publ. 352 p.

**Dissertation and Thesis:**

Kozhunova, O. S. 2009. Tekhnologiya razrabotki semanticheskogo slovaryia informat-sionnogo monitoringa [Technology of development of semantic dictionary of information monitoring system]. Moscow: IPI RAN. PhD Thesis. 23 p.

**State standards and patents:**

GOST 8.586.5-2005. 2007. Metodika vypolneniya izmereniy. Izmerenie raskhoda i kolichestva zhidkostey i gazov s pomoshch'yu standartnykh suzhayushchikh ustroystv [Method of measurement. Measurement of flow rate and volume of liquids and gases by means of orifice devices]. M.: Standardinform Publ. 10 p.

Bolshakov, M. V., A. V. Kulakov, A. N. Lavrenov, and M. V. Palkin. 2006. Sposob orientirovaniya po krenu letatel'nogo apparata s opticheskoy golovkoy samonavedeniya [The way to orient on the roll of aircraft with optical homing head]. Patent RF No. 2280590.

References in Latin transcription are presented in the original language.

References in the text are numbered according to the order of their first appearance; the number is placed in square brackets. All items from the reference list should be cited.

10. Manuscripts and additional materials are not returned to Authors by the Editorial Board.
11. Submissions of files by e-mail must include:
  - the journal title and author's name in the "Subject" field;
  - the article title, authors' names, and the journal title, whereto the paper is being submitted, in the text of the e-mail;
  - an article and additional materials have to be attached using the "attach" function;
  - an electronic version of the article should contain the file with the text and a separate file with figures.
12. "System and Means of Informatics" journal is not a profit publication. There are no charges for the authors as well as there are no royalties.

**Editorial Board address:**

FRC CSC RAS, 44, block 2, Vavilov Str., Moscow 119333, Russia

Ph.: +7 (499) 135 86 92, Fax: +7 (495) 930 45 05

e-mail: ssi@frccsc.ru (to Svetlana Strigina)

[http://www.ipiran.ru/english/journal\\_systems.asp](http://www.ipiran.ru/english/journal_systems.asp)